

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ «ГУБЕРНСКИЙ КОЛЛЕДЖ Г. СЫЗРАНИ»

УТВЕРЖДЕНО

Приказ ГБПОУ «ГК г. Сызрани»
от 31 марта 2026 г. № 78-о

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

ОУП.03 МАТЕМАТИКА

общеобразовательного цикла
основной профессиональной образовательной программы
«Профессионалитет»

49.02.01 Физическая культура

профиль обучения: гуманитарный

г. Сызрань, 2026

РАССМОТРЕНО НА ЗАСЕДАНИИ

Предметной (цикловой) комиссии
Общеобразовательного и социально-
гуманитарного циклов

Протокол № 7 от 27 марта 2026 г.

Председатель И.Н. Касьянова

СОГЛАСОВАНО

Предметной (цикловой) комиссией
Общепрофессионального и профессионального
циклов «Преподавание в младших классах»,
«Педагогика дополнительного образования»

Протокол № 7 от 27 марта 2026 г.

Председатель С.А. Мирутенко

Составитель: И.Н. Касьянова, преподаватель ОУП.03 Математика ГБПОУ «ГК г. Сызрани»

Внутренняя экспертиза (техническая и содержательная): И.Н. Касьянова, преподаватель
ГБПОУ «ГК г. Сызрани»

Содержание программы реализуется в процессе освоения студентами основной образовательной программы с получением среднего общего образования, разработанной в соответствии с требованиями ФГОС СОО, а также с учётом требований ФГОС СПО 49.02.01 Физическая культура.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	4
2. ОБЪЕМ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ.....	12
3. СОДЕРЖАНИЕ И ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА	13
4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА	26
5. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА	28
Приложение 1.....	31
Синхронизация образовательных результатов ФГОС СОО и ФГОС СПО	31
Приложение 3.....	35
Преемственность образовательных результатов ФГОС СОО (предметных) с образовательными результатами ФГОС СПО	35
Приложение 4.....	37
Преемственность образовательных результатов ФГОС СОО (предметных) с образовательными результатами ФГОС СПО	37
Приложение 5 Оценочные средства.....	39
Приложение 6 Методические материалы для проведения практических занятий.....	40

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа учебного предмета «Математика» разработана на основе:

федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (далее – ФГОС СОО);

федеральной основной образовательной программы среднего общего образования (далее – ФОП СОО);

федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования (далее – ФГОС СПО) **49.02.01 Физическая культура**,

примерной рабочей программы СОО «Математика»;

учебного плана по специальности **49.02.01 Физическая культура**,

рабочей программы воспитания по специальности **49.02.01 Физическая культура** Содержание рабочей программы по предмету «Математика» разработано на основе:

синхронизации образовательных результатов ФГОС СОО (личностных, предметных, метапредметных) и ФГОС СПО (ОК, ПК) с учетом профильной направленности специальности;

интеграции и преемственности содержания по предмету «Математика» и содержания учебных дисциплин, профессиональных модулей ФГОС СПО.

1.1. Место учебного предмета в структуре основной образовательной программы:

Учебный предмет «Математика» изучается в общеобразовательном цикле основной профессиональной образовательной программы среднего профессионального образования «Профессионалитет» (далее – ОПОП-П СПО) по **49.02.01 Физическая культура**, на базе основного общего образования с получением среднего общего образования.

На изучение предмета «Математика» по специальности **49.02.01 Физическая культура** отводится **164** часа в соответствии с учебным планом по специальности **49.02.01 Физическая культура**.

В программе теоретические сведения дополняются лабораторными и практическими занятиями в соответствии с учебным планом по специальности **49.02.01 Физическая культура**.

Программа содержит тематический план, отражающий количество часов, выделяемое на изучение разделов и тем в рамках предмета «Математика».

Контроль качества освоения предмета «Математика» проводится в процессе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного на предмет, как традиционными, так и инновационными методами, включая компьютерное тестирование. Результаты контроля учитываются при подведении итогов по предмету.

Промежуточная аттестация проводится в форме **экзамена** по итогам изучения предмета.

1.2. Цели и задачи учебного предмета

Реализация программы учебного предмета «Математика» в структуре ОП СПО направлена на достижение цели по:

освоению образовательных результатов ФГОС СОО: личностные (ЛР), метапредметные (МР), предметные базового уровня (ПР б),

подготовке обучающихся к освоению общих и профессиональных компетенций (далее – ОК, ПК) в соответствии с ФГОС СПО по специальности 49.02.01 Физическая культура.

В соответствии с ФОП СОО содержание программы направлено на достижение следующих задач:

- формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

- подведение учащихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;

- развитие интеллектуальных и творческих способностей учащихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

В процессе освоения предмета «Математика» у обучающихся целенаправленно формируются универсальные учебные действия (далее – УУД), включая формирование компетенций в области учебно-исследовательской и проектной деятельности, которые в свою очередь обеспечивают преемственность формирования общих компетенций ФГОС СПО.

Формирование УУД ориентировано на профессиональное самоопределение обучающихся, развитие базовых управленческих умений по планированию и проектированию своего профессионального будущего.

1.3. Общая характеристика учебного предмета

Предмет «Математика» изучается на базового уровне.

Предмет «Математика» имеет междисциплинарную связь с предметами общеобразовательного и дисциплинами общепрофессионального цикла ОУП.05 Информатика, ОУП.06 Физика, ОУП.07 Химия, ОУП.11 География, ОП.06 Проектная и исследовательская деятельность в профессиональной сфере, ОП.08 Математические методы решения профессиональных задач, ОП.13 Базовые и новые виды физкультурно-спортивной деятельности, а также междисциплинарным курсом (далее - МДК) профессионального цикла МДК 01.01 Организационно-методические основы физкультурно-спортивной работы, и профессиональным модулями (далее – ПМ) ПМ.01 Организация и проведение физкультурно-спортивной работы.

Предмет «Математика» имеет междисциплинарную связь с учебной дисциплиной «Общие компетенции профессионала» общепрофессионального цикла, в части развития математической грамотности, а также формирования общих компетенций в сфере работы с информацией, самоорганизации и самоуправления, коммуникации.

Содержание предмета направлено на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов обучения, регламентированных ФГОС СОО.

В профильную составляющую по предмету входит профессионально ориентированное содержание, необходимое для формирования у обучающихся общих и профессиональных компетенций (Приложение 3,4).

1.4. Планируемые результаты освоения учебного предмета

В рамках программы учебного предмета «Математика» обучающимися осваиваются личностные, метапредметные и предметные результаты в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования: личностные (ЛР), метапредметные (МР), предметные для базового уровня изучения (ПР б):

Коды результатов	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
Личностные результаты (ЛР)	
ЛР 01	сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.),
ЛР 02	умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением
ЛР 03	сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики
ЛР 04	осознание духовных ценностей российского народа
ЛР 05	сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного;
ЛР 06	осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего
ЛР 07	эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.
ЛР 08	сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность);
ЛР 09	потребность в физическом совершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
ЛР 10	готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы;
ЛР 11	готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

Коды результатов	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
ЛР 12	готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.
ЛР 13	сформированность экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем;
ЛР 14	ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды
ЛР 15	сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации;
ЛР 16	овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира;
ЛР 17	готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе
Метапредметные результаты (МР)	
МР 01	выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями;
МР 02	формулировать определения понятий;
МР 03	устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
МР 04	воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
МР 05	выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
МР 06	делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
МР 07	проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
МР 08	выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).
МР 09	использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
МР 10	проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
МР 11	самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
МР 12	прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях
МР 13	выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;.

Коды результатов	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
MP 14	выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
MP 15	структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
MP 16	оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям
MP 17	воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
MP 18	в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
MP 19	представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.
MP 20	понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
MP 21	участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т.п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.
MP 22	составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации
MP 23	владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
MP 24	предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
MP 25	оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту
Предметные результаты базовый (ПР б)	
ПРб 01	владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
ПРб 02	умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;
ПРб 03	умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные,

Коды результатов	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
	показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;
ПР6 04	умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;
ПР6 05	умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами
ПР6 06	умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
ПР6 07	умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;
ПР6 08	умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;
ПР6 09	умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;
ПР6 10	умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных

Коды результатов	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
	инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;
ПР6 11	умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;
ПР6 12	умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;
ПР6 13	умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;
ПР6 14	умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки

В процессе освоения предмета «Математика» у обучающихся целенаправленно формируются универсальные учебные действия, включая формирование компетенций обучающихся в области учебно-исследовательской и проектной деятельности, которые в свою очередь обеспечивают преемственность формирования общих компетенций ФГОС СПО.

Виды универсальных учебных действий ФГОС СОО	Коды ОК	Наименование ОК (в соответствии с ФГОС СПО по специальности 49.02.02 Адаптивная физическая культура)
Познавательные универсальные учебные действия (формирование собственной образовательной стратегии, сознательное формирование образовательного запроса)	ОК 03	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях
Коммуникативные универсальные учебные действия (коллективная и индивидуальная деятельность для решения учебных, познавательных, исследовательских, проектных, профессиональных задач)	ОК 02 ОК 05	Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контента
Регулятивные универсальные учебные действия (целеполагание, планирование, руководство, контроль, коррекция, построение индивидуальной образовательной траектории)	ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

В целях подготовки обучающихся к будущей профессиональной деятельности при изучении учебного предмета «Математика» закладывается основа для

формирования ПК в рамках реализации ОПОП-П СПО по специальности 49.02.01 Физическая культура.

Коды ПК	Наименование ПК (в соответствии с ФГОС СПО по специальности <i>49.02.02 Адаптивная физическая культура</i>)
Организация и проведение физкультурно-спортивной работы	
ПК 1.1	Планировать и анализировать физкультурно-спортивную работу

2. ОБЪЕМ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы	Объем в часах
Объем образовательной программы учебного предмета	164
Основное содержание	164
в том числе:	
• работа во взаимодействии с преподавателем	164
- в форме практической подготовки	49
- промежуточная аттестация: в форме экзамена	6
• самостоятельная работа	не предусмотрено

3. СОДЕРЖАНИЕ И ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА ОУП 03. Математика

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах		Код образовательного результата ФГОС СОО	Код образовательного результата ФГОС СПО	Направления воспитательной работы
		Общее кол-во часов	в т.ч. во взаимодействии с преподавателем			
Раздел 1.	Алгебра и начала математического анализа»					
Тема 1.1 Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства	Содержание учебного материала Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера—Венна. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений. Тожества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов. Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств Практическое занятие № 1 Арифметические операции с действительными числами (<i>профессионально ориентированное содержание</i>). Практическое занятие № 2 Решение основные типы целых иррациональных уравнений и неравенств Самостоятельная работа обучающихся: Решение текстовых задач на проценты из различных областей науки и реальной жизни (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).	8	8	ПР 6 01 ПР 6 03 ПР 6 06 ПР 6 14	ОК 05	Трудовое Познавательное
Тема 1.2 Функции и графики.	Содержание учебного материала Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. График функции. Область определения	8			ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	
				ПР 6 01	ОК 05	

Степень с целым показателем	и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график	6	6	ПР 6 04		Трудовое Познавательное
	Практическое занятие № 3 Построение графиков функций					
	Самостоятельная работа обучающихся: Индивидуальная самостоятельная работа по карточкам-заданиям на построение графиков степенной функции	6				
Тема 1.3 Арифметический корень n-ой степени. Иррациональные уравнения	Содержание учебного материала					
	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями n-ой степени. Свойства и график корня n-ой степени	6	6	ПР 6 01 ПР 6 02	ОК 05	Трудовое Познавательное
	Практическое занятие № 4 Решение иррациональных уравнений и неравенств.					
	Самостоятельная работа обучающихся: Решение иррациональных уравнений в форме ЕГЭ	4				
Тема 1.4 Формулы тригонометрии. Тригонометрические уравнения	Содержание учебного материала					
	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Основные тригонометрические формулы.	9	9	ПР 6 01 ПР 6 05	ОК 05	Трудовое Познавательное
	Практическое занятие № 5 Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений					
	Самостоятельная работа обучающихся: Построение и исследование графиков тригонометрических функций, используя цифровые ресурсы	4				
Тема 1.4 Последовательности и прогрессии	Содержание учебного материала					
	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.	2	2	ПР 6 01 ПР 6 07	ОК 05	Познавательное

	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов.				ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	
	Практическое занятие № 6 Решение основных типов задач на арифметическую и геометрическую прогрессии (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся: Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера	2				
Тема 1.5 Степень с рациональным показателем. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства	Содержание учебного материала					
	Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Преобразование выражений, содержащих рациональные степени. Показательные уравнения и неравенства. Показательная функция, её свойства и график	6	6	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 02</i> <i>ПР 6 03</i> <i>ПР 6 05</i> <i>ПР 6 07</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05 ОК 02	Познавательное
	Практическое занятие № 7 Решение показательных уравнений и неравенств.					
	Самостоятельная работа обучающихся Использование цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств	2				
Тема 1.6 Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства	Содержание учебного материала					
	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Логарифмические уравнения и не равенства. Логарифмическая функция, её свойства и график	6	6	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 02</i> <i>ПР 6 03</i> <i>ПР 6 05</i> <i>ПР 6 07</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05	Познавательное
	Практическое занятие № 8 Решение логарифмических уравнений и неравенств.					
	Самостоятельная работа обучающихся Решение логарифмических уравнений в форме ЕГЭ	2				
Тема 1.7 Тригонометрические функции и их графики. Тригонометриче	Содержание учебного материала	4	4	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 03</i> <i>ПР 6 05</i> <i>ПР 6 07</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05	Познавательное
	Тригонометрические функции, их свойства и графики. Примеры тригонометрических неравенств					
	Практическое занятие №9 Решение простейшие тригонометрические неравенства.					

ские неравенства	Использование графиков для решения тригонометрических неравенств					
	Самостоятельная работа обучающихся Отработка тригонометрических выражений в форме ЕГЭ	3				
Тема 1.7 Производная. Применение производной	Содержание учебного материала					
	Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного функций. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.	8	8	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 03</i> <i>ПР 6 04</i> <i>ПР 6 05</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05	Познавательное
	Практическое занятие №10 Нахождение производных элементарных функций, вычисление производных суммы, произведения, частного функций. Использование производной для исследования функции на монотонность и экстремумы, применение результатов исследования к построению графиков (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).				ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	
	Самостоятельная работа обучающихся Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком	4				
Тема 1.8 Интеграл и его применения	Содержание учебного материала					
	Первообразная. Таблица первообразных. Интеграл, геометрический и физический смысл интеграла.	4	4	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 03</i> <i>ПР 6 04</i>	ОК 05	Познавательное
	Практическое занятие №11 Нахождение первообразных элементарных функций. Вычисление интеграла по формуле Ньютона—Лейбница.					
	Самостоятельная работа обучающихся	<i>Не предусмотрено</i>				
Тема 1.9 Системы	Содержание учебного материала					
	Системы линейных уравнений.	6	6	<i>ПР 6 01</i>	ОК 01	Познавательное

уравнений	Системы и совокупности целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств.			ПР 6 03 ПР 6 06 ПР 6 14	ОК 02 ОК 05	
	Практическое занятие №11 Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Использование графиков функций для решения уравнений и систем. Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 1.10 Натуральные и целые числа	Содержание учебного материала			ПР 6 01 ПР 6 06 ПР 6 14	ОК 05 ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	Познавательное
	Натуральные и целые числа в задачах из реальной жизни. Признаки делимости целых чисел	2	2			
	Практическое занятие №12 Использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Раздел 2.	Геометрия					
Тема 2.1 Введение в стереометрию	Содержание учебного материала					
	Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Правила изображения на рисунках: изображения плоскостей, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка. Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость. Знакомство с многогранниками, изображение многогранников на рисунках, на проекционных чертежах. Начальные сведения о кубе и пирамиде, их развёртки и модели. Сечения многогранников. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них	4	4	ПР 6 09 ПР 6 10	ОК 05	Познавательное

	Практическое занятие №13 Изображение прямой и плоскости на рисунке. Рисунок куба, пирамиды, нахождение ошибок в неверных изображениях. Использование для построения сечения метода следов, кратко запись шагов построения сечения. Использование подобия при решении задач на построение сечений (<i>профессионально ориентированное содержание</i>)				ОК 01 ОК 02	
	Самостоятельная работа обучающихся	<i>Не предусмотрено</i>				
Тема 2.2 Прямые и плоскости в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей	Содержание учебного материала					
	Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве; параллельность трёх прямых; параллельность прямой и плоскости. Углы с сонаправленными сторонами; угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости; свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, куб, параллелепипед; построение сечений	4	4	<i>ПР 6 09</i>	ОК 05	Познавательное
	Практическое занятие №14 Решение практических задач на построение сечений многогранника (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	<i>Не предусмотрено</i>				
Тема 2.3 Перпендикулярность прямых и плоскостей	Содержание учебного материала					
	Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости.	4	4	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 09</i>	ОК 05	Познавательное
	Практическое занятие №15					

	Решение задач на вычисления, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости, с использованием при решении планиметрических фактов и методов, теоремы Пифагора, свойства прямоугольных треугольников (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	<i>Не предусмотрено</i>				
Тема 2.4 Углы между прямыми и плоскостями	Содержание учебного материала					
	Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью; двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах	4	4	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 09</i>	ОК 05	Познавательное
	Практическое занятие №16 Решение задач с использованием основных теорем и методов планиметрии (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	<i>Не предусмотрено</i>				
Тема 2.5 Многогранники	Содержание учебного материала					
	Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники; развёртка многогранника. Призма: n-угольная призма; грани и основания призмы; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды; боковая и полная поверхность пирамиды; правильная и усечённая пирамида. Элементы призмы и пирамиды. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Симметрия в пространстве: симметрия относительно	6	6	<i>ПР 6 01</i> <i>ПР 6 10</i>	ОК 05	Познавательное

	точки, прямой, плоскости. Элементы симметрии в пирамидах, параллелепипедах, правильных многогранниках. Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади боковой поверхности усечённой пирамиды					
	Практическое занятие №17 Решение задач на вычисление, связанные с пирамидами, задачи на построение сечений.					
	Самостоятельная работа обучающихся Приведение примеров симметричных фигур в профессиональной сфере (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).	2				
Тема 2.6 Объёмы многогранников	Содержание учебного материала	2	2	ПР 6 10	ОК 05	Познавательное
	Объём призмы и пирамиды по их элементам.					
	Практическое занятие №18 Вычисление объёма призмы и пирамиды по их элемента (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 2.7 Сечения, расстояния и углы	Содержание учебного материала					
	Практическое занятие №19 Построение сечений в многограннике. Вычисление расстояний: между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости; между скрещивающимися прямыми. Вычисление углов: между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, двугранных углов, углов между плоскостями. Решению математических задач и задач из профессиональной области (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).	2	2	ПР 6 09 ПР 6 10	ОК 01 ОК 05	Познавательное

	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 2.8 Тела вращения	Содержание учебного материала					
	Сфера и шар: центр, радиус, диаметр; площадь поверхности сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная плоскость к сфере; площадь сферы. Изображение сферы, шара на плоскости. Сечения шара	6	6	ПР 6 10 ПР 6 11	ОК 05 ОК 01	Познавательное
	Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, ось цилиндрической поверхности. Цилиндр: основания и боковая поверхность, образующая и ось; площадь боковой и полной поверхности. Изображение цилиндра на плоскости. Развёртка цилиндра. Сечения цилиндра (плоскостью, параллельной или перпендикулярной оси цилиндра)					
	Коническая поверхность, образующие конической поверхности, ось и вершина конической поверхности. Конус: основание и вершина, образующая и ось; площадь боковой и полной поверхности. Усечённый конус: образующие и высота; основания и боковая поверхность. Изображение конуса на плоскости. Развёртка конуса. Сечения конуса (плоскостью, параллельной основанию, и плоскостью, проходящей через вершину)					
	Комбинация тел вращения и многогранников. Многогранник, описанный около сферы; сфера,					
	Практическое занятие №20 Решение стереометрических задач, связанных с телами вращения и многогранников на нахождение геометрических величин (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 2.9 Объёмы тел	Содержание учебного материала					
	Понятие об объёме. Основные свойства объёмов тел. Объём цилиндра, конуса. Объём шара и площадь сферы	2	2	ПР 6 09 ПР 6 10	ОК 05 ОК 01	Познавательное

	Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных тел					
	Практическое занятие №21 Решение стереометрических задач на вычисление объёмов. Решение стереометрических задач на соотношение объёмов и поверхностей подобных тел в пространстве (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 2.10 Векторы и координаты в пространстве	Содержание учебного материала					
	Вектор на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора.. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	2	2	ПР 6 13	ОК 05 ОК 01	Познавательное
	Практическое занятие №22 Простейшие задачи в координатах Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами Координатно-векторный метод при решении геометрических задач					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Раздел 3.	Вероятность и статистика					
Тема 3.1 Представление данных и описательная статистика	Содержание учебного материала					
	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	2	2	<i>ПР 6 07</i>	ОК 05 ОК 01 ОК 02 ОК 03 ПК 1.1	Познавательное
	Практическое занятие №23 Извлечение информации из таблиц и диаграмм, Использование таблиц и диаграмм для представления статистических данных. Формулировка описательных характеристик данных					

	Самостоятельная работа обучающихся Составление таблиц и диаграмм для представления статистических данных из профессиональной сферы (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).	4				
Тема 3.2 Случайные опыты и случайные события, опыты с равновероятными элементарными исходами	Содержание учебного материала					
	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями	2	2	<i>ПР 6 08</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05 ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	Познавательное
	Практическое занятие №24 Нахождение вероятности событий в опытах с равновероятными исходами. Моделирование опыта с равновероятными элементарными исходами (опыт из профессиональной сферы) (<i>профессионально ориентированное содержание</i>)					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 3.3 Операции над событиями, сложение вероятностей	Содержание учебного материала					
	Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей	2	2	<i>ПР 6 08</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05 ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	Познавательное
	Практическое занятие №25 Диаграмма Эйлера и словесное описание событий для формулировки и изображения объединения и пересечения событий (опыт из профессиональной сферы). Решение задач с использованием формулы сложения вероятностей (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 3.4 Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной	Содержание учебного материала					
	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события	2	2	<i>ПР 6 08</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05 ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	Познавательное
	Практическое занятие №26 Решение задач на нахождение вероятностей событий, в том числе условных с помощью дерева случайного					

вероятности	опыта (опыт из профессиональной сферы). Определение независимости событий по формуле и по организации случайного опыта (опыт из профессиональной сферы) (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 3.5 Элементы комбинаторики	Содержание учебного материала					
	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	2	2	<i>ПР 6 08</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05 ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	Познавательное
	Практическое занятие №27 Использование правила умножения для перечисления событий в случайном опыте (<i>профессионально ориентированное содержание</i>). Использование формулы и треугольника Паскаля для определения числа сочетаний.					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 3.6 Серии последовательных испытаний	Содержание учебного материала					
	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли (опыт из профессиональной сферы)	2	2	<i>ПР 6 08</i> <i>ПР 6 14</i>	ОК 05 ОК 01 ОК 02	Познавательное
	Практическое занятие №28 Решение задач на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли (<i>профессионально ориентированное содержание</i>). Изучение с использованием электронных таблиц вероятности событий в сериях независимых испытаний (<i>профессионально ориентированное содержание</i>).					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
Тема 3.7 Случайные величины	Содержание учебного материала					
	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Сумма и произведение	2	2	<i>ПР 6 08</i>	ОК 05 ОК 01	Познавательное

и распределения	случайных величин.			<i>ПР 6 14</i>	ОК 02	
	Практическое занятие №29 Сумма и произведение случайных величин.					
	Самостоятельная работа обучающихся	Не предусмотрено				
	Промежуточная аттестация	6				
	Всего:	164				

4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация программы учебного предмета требует наличия учебного кабинета «Математика».

Оборудование учебного кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- комплект учебно-наглядных пособий;
- комплект электронных видеоматериалов;
- задания для контрольных работ;
- профессионально ориентированные задания;
- материалы экзамена.

Технические средства обучения:

- персональный компьютер с лицензионным программным обеспечением;
- проектор с экраном.

Информационное обеспечение обучения

(перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы)

Основные источники

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы (базовый и углубленный уровни): учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. — 11-е изд., стер. — Москва: Просвещение, 2023. — 463, [1] с.: ил. <https://znanium.ru/catalog/document?id=432591>
2. Мерзляк А. Г. Геометрия. 10 класс (углублённый уровень): учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков; под ред. В. Е. Подольского. — 7-е изд., стер. — Москва: Просвещение, 2023. — 272 с.: ил. <https://znanium.ru/catalog/document?id=432695>
3. Мерзляк А. Г. Математика. Геометрия: 11-й класс (углублённый уровень) : учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков ; под ред. В. Е. Подольского. — 7-е изд., стер. — Москва: Просвещение, 2023. — 254, [2] с.: ил. <https://znanium.ru/catalog/document?id=432696>
4. Мерзляк А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа: 11-й класс (углублённый уровень): учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков; под ред. В. Е. Подольского. — 6-е изд., стер. — Москва: Просвещение, 2023. — 412, [4] с.: ил. <https://znanium.ru/catalog/document?id=432707>
5. Мерзляк А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Углублённый уровень: учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В.

М. Поляков; под ред. В. Е. Подольского. - 7-е изд, стер. - Москва: Просвещение, 2023. - 480 с. <https://znanium.ru/catalog/document?id=436041>

Дополнительные источники

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для 10 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углублённый уровни: учебник / В. В. Козлов, А. А. Никитин, В. С. Белоносов [и др.]; под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. — 4-е изд. - Москва: ООО «Русское слово — учебник», 2020. - 464 с. <https://znanium.ru/catalog/document?id=429090>
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для 11 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углублённый уровни : учебник / В. В. Козлов, А. А. Никитин, В. С. Белоносов [и др.] ; под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. — 3-е изд. - Москва : ООО «Русское слово — учебник», 2020. - 400 с. <https://znanium.ru/catalog/document?id=429091>
3. Всероссийские интернет-олимпиады. - URL: <https://online-olympiad.ru/> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
4. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. - URL: <http://school-collection.edu.ru/> / (дата обращения: 08.07.2021). - Текст: электронный.
5. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - URL: <http://window.edu.ru/> / (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
6. Научная электронная библиотека (НЭБ). - URL: <http://www.elibrary.ru> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
7. Открытый колледж. Математика. - URL: <https://mathematics.ru> / (дата обращения: 08.06.2021). - Текст: электронный.
8. Повторим математику. - URL: <http://www.mathteachers.narod.ru> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
9. Справочник по математике для школьников. - URL: <https://www.resolventa.ru/demo/demomath.htm> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
10. Средняя математическая интернет школа. - URL: <http://www.bymath.net/> / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
11. Федеральный портал «Российское образование». - URL: <http://www.edu.ru/> / (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
12. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов. - URL: <http://fcior.edu.ru/> / (дата обращения: 01.07.2021). - Текст: электронный

5. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

Наименование образовательных результатов ФГОС СОО (предметные результаты – ПР б)	Методы оценки
ПРб 01 владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных) заданий экзамена
ПРб 02 умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;	Устный опрос Выполнение практических заданий в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 03 умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 04 умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 05 умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 06 умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 07 умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее	Устный опрос Выполнение практических

значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;	заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 08 умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 09 умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 10 умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 11 умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 12 умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)
ПРб 13 умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка,	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных)

расстояние между двумя точками;	
ПРб 14 умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки	Устный опрос Выполнение практических заданий (в том числе профессионально ориентированных

Синхронизация образовательных результатов ФГОС СОО и ФГОС СПО

Наименование ОК, ПК согласно ФГОС СПО	Наименование личностных результатов (ЛР) согласно ФГОС СОО
ОК 01, ОК 05	ЛР 01 сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.),
ОК 01, ОК 05	ЛР 02 умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением
ОК 05 ПК 1.1,	ЛР 03 сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики
ОК 05	ЛР 04 осознание духовных ценностей российского народа
ОК 05	ЛР 05 сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного
ОК 01 ОК 03	ЛР 06 осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего
ОК 05	ЛР 07 эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.
ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	ЛР 08 сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность);
ОК 05 ПК 1.1	ЛР 09 потребность в физическом совершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
ОК 01 ОК 03 ОК 05	ЛР 10 готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы;
ОК 02 ОК 03	ЛР 11 готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;
ОК 01 ОК 02 ОК 03 ОК 05	ЛР 12 готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.
ОК 05	ЛР 13 сформированность экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем;
ОК 01, ОК 05	ЛР 14 ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды

Наименование ОК, ПК согласно ФГОС СПО	Наименование личностных результатов (ЛР) согласно ФГОС СОО
ОК 01 ОК 03 ОК 05	ЛР 15 сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации.
ОК 01 ОК 03 ОК 05	ЛР 16 овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира;
ОК 01, ОК 02, ОК 05	ЛР 17 готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе

Синхронизация образовательных результатов ФГОС СОО и ФГОС СПО

Наименование ОК, ПК согласно ФГОС СПО	Наименование метапредметных (МР) результатов согласно ФГОС СОО
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1,	МР 01 выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями;
ОК 01 ОК 02 ОК 05	МР 02 формулировать определения понятий;
ОК 01 ОК 05 ПК 1.1,	МР 03 устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1,	МР 04 воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1,	МР 05 выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1,	МР 06 делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
ОК 01 ОК 02 ОК 05	МР 07 проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
ОК 01 ОК 02 ОК 05	МР 08 выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1	МР 09 использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
ОК 01 ОК 02 ОК 05	МР 10 проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1	МР 11 самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1	МР 12 прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1	МР 13 выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1	МР 14 выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
ОК 01 ОК 02 ОК 05 ПК 1.1	МР 15 структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
ОК 01 ОК 02 ПК 1.1	МР 16 оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям
ОК 01 ОК 04 ОК 05 ПК	МР 17 воспринимать и формулировать суждения в соответствии с

1.1	условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
ОК 01 ОК 04 ОК 05 ПК 1.1	МР 18 в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
ОК 01 ОК 05 ПК 1.1	МР 19 представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.
ОК 01 ОК 05 ПК 1.1,	МР 20 понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
ОК 01 ОК 05	МР 21 участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т.п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.
ОК 01 ОК 05 ПК 2.4	МР 22 составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации
ОК 03 ПК 1.1,	МР 23 владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
ОК 03 ПК 1.1,	МР 24 предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
ОК 01 ОК 02 ОК 03 ОК 05 ПК 1.1	МР 25 оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту

**Преимственность образовательных результатов ФГОС СОО (предметных)
с образовательными результатами ФГОС СПО**

(профессионально-ориентированная взаимосвязь общеобразовательного предмета со специальностью)

Наименование общепрофессиональных дисциплин с образовательными результатами, имеющими взаимосвязь с предметными ОР	Наименование предметных результатов ФГОС СОО, имеющих взаимосвязь с ОР ФГОС СПО	Наименование разделов/тем в рабочей программе по предмету
<i>ОП.06 Проектная и исследовательская деятельность в профессиональной сфере</i> Уметь: – анализировать исследовательские работы с точки зрения логики исследования; – обобщать и анализировать результаты исследования; Знать: - основные формы представления данных: описание, таблицы, схемы, графики, диаграммы и т.п. <i>ОП 08. Математические методы решения профессиональных задач</i> Уметь: - распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; - анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; - выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; - структурировать получаемую информацию; выделять наиболее значимое в перечне информации.	ПР б 06 умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; ПРб 07 умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств ПР б 08 умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий;	Тема 1.1 Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства. Тема 1.4 Последовательности и прогрессии. Тема 1.7 Производная. Применение производной. Тема 1.9 Системы уравнений Тема 1.10 Натуральные и целые числа Тема 2.1 Введение в стереометрию Тема 2.2 Прямые и плоскости в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей Тема 2.3 Перпендикулярность прямых и плоскостей Тема 2.4 Углы между прямыми и плоскостями Тема 2.5 Многогранники Тема 2.6 Объёмы многогранников Тема 2.7

Знать: - основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте; - алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; - приемы структурирования информации. <i>ОП 13. Базовые и новые виды физкультурно-спортивной деятельности</i> Уметь: - выполнять профессионально значимые двигательные действия по базовым и новым видам физкультурно-спортивной деятельности; Знать: - технику профессионально значимых двигательных действий базовых и новых видов физкультурно-спортивной деятельности;	знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; ПРб 09 умение оперировать понятиями-ми: точка, прямая, плоскость, прост-ранство, двугранный угол, скрещива-ющиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; ПРб 11 умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач ПРб 12 умение вычислять геометри-ческие величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы ПРб 14 умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки	Сечения, расстояния и углы Тема 2.8 Тела вращения Тема 2.9 Объемы тел. Тема 3.1 Представление данных и описательная статистика. Тема 3.2 Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами. Тема 3.3 Операции над событиями, сложение вероятностей. Тема 3.4 Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности. Тема 3.5 Серии последовательных испытаний Тема 3.6 Случайные величины и распределения Тема 3.7 Случайные величины и распределения
--	--	---

**Преимственность образовательных результатов ФГОС СОО (предметных)
с образовательными результатами ФГОС СПО**

(профессионально-ориентированная взаимосвязь общеобразовательного предмета со специальностью)

Наименование профессиональных модулей (МДК) с образовательными результатами, имеющими взаимосвязь с предметными ОР	Наименование предметных результатов ФГОС СОО, имеющих взаимосвязь с ОР ФГОС СПО	Наименование разделов/тем в рабочей программе по предмету
<i>ПМ 01. Организация и проведение физкультурно-спортивной работы</i> <i>МДК 01.01 Организационно-методические основы физкультурно-спортивной работы:</i> ПК 1.1. Планировать и анализировать физкультурно-спортивную работу. Опыт практической деятельности: - анализа и оценки физкультурно-спортивной работы, Уметь: - оценивать результативность физкультурно-спортивной работы, Знать: - показатели результативности физкультурно-спортивной работы.	ПР б 06 умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Тема 1.1 Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства. Тема 1.4 Последовательности и прогрессии. Тема 3.1 Представление данных и описательная статистика. Тема 3.2 Случайные опыты и случайные события, опыты с равновероятными элементарными исходами. Тема 3.3 Операции над событиями, сложение вероятностей. Тема 3.4 Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности. Тема 3.5 Серии последовательных испытаний
	ПР б 07 умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств	
	ПР б 08 умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях ПР б 14 умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки	

Оценочные средства
для проведения промежуточной аттестации по РП, МДК «ОУП.03
МАТЕМАТИКА
общеобразовательного цикла
основной профессиональной образовательной программы
49.02.01 Физическая культура

Общие условия проведения промежуточной аттестации:
Промежуточная аттестация проводится в форме *экзамена*

1. Перечень примерных практических заданий для проведения промежуточной аттестации:

Экзамен состоит из **трех вариантов**, идентичных по структуре и сложности. Каждый вариант включает 10 заданий, охватывающих ключевые темы курса. Для получения положительной оценки необходимо верно решить **не менее 7 заданий**.

Критерии оценки при проведении промежуточной аттестации:

- **Оценка «5» (отлично)**

Требования: Выполнено **90% - 100%** работы (9-10 верно решенных заданий). Решения являются полными, обоснованными, без существенных ошибок. Студент демонстрирует уверенное владение материалом, умение применять знания в стандартных ситуациях. Вычисления точные, графики и чертежи (если требуются) выполнены аккуратно.

- **Оценка «4» (хорошо)**

Требования: Выполнено **80% - 89%** работы (8 верно решенных заданий). Решения в целом верные, но могут содержать незначительные погрешности в вычислениях, записи или неполные обоснования. Студент показывает твердое знание основных тем курса.

- **Оценка «3» (удовлетворительно)**

Требования: Выполнено **70% - 79%** работы (7 верно решенных заданий). Решения основных, наиболее простых заданий верны. Могут быть допущены ошибки в более сложных задачах или в заданиях, требующих развернутого решения. Знания носят фрагментарный характер, но основные алгоритмы усвоены.

- **Оценка «2» (неудовлетворительно)**

Требования: Выполнено **менее 70%** работы (6 и менее верно решенных заданий). Студент не справился с большинством заданий, допускает грубые ошибки в применении формул и правил. Знания основных понятий и методов не продемонстрированы.

Вариант 1

1. **Тема: Множества и числа** Решите уравнение: $(x - 3) / (x + 2) = 0$
2. **Тема: Функции** Найдите область определения функции: $y = \sqrt{5 - x}$
3. **Тема: Корни** Упростите выражение: $(\sqrt{12} - \sqrt{3}) * \sqrt{3}$
4. **Тема: Тригонометрия** Решите уравнение: $\sin x = 1/2$
5. **Тема: Прогрессии** Найдите разность арифметической прогрессии, если первый член $a_1 = 5$, а второй член $a_2 = 8$.
6. **Тема: Показательные уравнения** Решите уравнение: $2^{(x-1)} = 8$
7. **Тема: Производная** Найдите производную функции: $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$
8. **Тема: Стереометрия** Сколько граней у куба?
9. **Тема: Многогранники** Найдите площадь боковой поверхности прямой призмы, если периметр основания равен 10, а высота призмы равна 4.
10. **Тема: Вероятность** В случайном эксперименте бросают игральный кубик. Найдите вероятность того, что выпадет число большее, чем 4.

Вариант 2

1. **Тема: Множества и числа** Решите неравенство: $2x - 6 > 0$
2. **Тема: Функции** Найдите область определения функции: $y = 1 / (x - 4)$
3. **Тема: Корни** Упростите выражение: $\sqrt{50} + 2\sqrt{2}$
4. **Тема: Тригонометрия** Решите уравнение: $\cos x = -1$
5. **Тема: Прогрессии** Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если первый член $b_1 = 3$, а второй член $b_2 = 6$.
6. **Тема: Логарифмы** Вычислите: $\log_2 8$
7. **Тема: Производная** Найдите производную функции: $f(x) = x^3 + 2x - 7$
8. **Тема: Стереометрия** Сколько ребер у треугольной пирамиды (тетраэдра)?
9. **Тема: Многогранники** Найдите объем куба с ребром, равным 3.
10. **Тема: Вероятность** В ящике 5 красных и 3 синих шара. Какова вероятность наугад вытащить красный шар?

Вариант 3

1. **Тема: Множества и числа** Решите уравнение: $x^2 - 9 = 0$
2. **Тема: Функции** Является ли функция $y = x^2 - 1$ четной или нечетной?
3. **Тема: Корни** Вычислите: $(\sqrt{5})^2$
4. **Тема: Тригонометрия** чему равен $\operatorname{tg}(\pi/4)$?
5. **Тема: Прогрессии** Найдите пятый член арифметической прогрессии, если $a_1 = 1$, а разность $d = 2$.
6. **Тема: Показательные уравнения** Решите уравнение: $3^x = 81$
7. **Тема: Производная** Найдите производную функции: $f(x) = 4x - 1$
8. **Тема: Стереометрия** Могут ли две прямые в пространстве быть параллельными и скрещиваться одновременно?
9. **Тема: Многогранники** Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда с измерениями 2, 3 и 4.

10. **Тема: Вероятность** Монету бросают дважды. Какова вероятность, что оба раза выпадет орел?

Методические материалы для проведения практических занятий
ОУП.03 МАТЕМАТИКА
общеобразовательного цикла
основной профессиональной образовательной программы
49.02.01 Физическая культура

Практическое занятие №1

Тема: Арифметические операции с действительными числами
(профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения выполнять арифметические операции с действительными числами, применять правила округления и прикидки для решения профессиональных задач в сфере физической культуры.

Задачи:

- Закрепить навыки работы с процентами, дробями, десятичными числами
- Научиться выполнять прикидку и оценку результатов вычислений
- Освоить правила округления результатов измерений
- Применить математические знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Задание 1. Расчет нагрузки тренировочного процесса

Условие: В спортивной группе 24 человека. Для подготовки к соревнованиям тренер увеличил нагрузку: 75% спортсменов выполняют утреннюю пробежку, а из них 60% дополнительно занимаются в тренажерном зале. Сколько спортсменов занимаются только утренней пробежкой?

Решение:

Шаг 1. Находим количество спортсменов, выполняющих утреннюю пробежку:

$$24 \times 0,75 = 18 \text{ человек}$$

Шаг 2. Находим количество спортсменов, которые дополнительно занимаются в тренажерном зале:

$$18 \times 0,60 = 10,8 \approx 11 \text{ человек}$$

Округляем до целого числа, так как количество людей не может быть дробным.

Шаг 3. Находим количество спортсменов, занимающихся только утренней пробежкой:

$$18 - 11 = 7 \text{ человек}$$

Ответ: 7 спортсменов занимаются только утренней пробежкой.

Задание 2. Расчет питательных веществ

Условие: Спортсмену необходимо потреблять 2,8 г белка на 1 кг массы тела в день. При массе тела 75 кг рассчитайте суточную норму белка. Округлите результат до десятых.

Решение:

Шаг 1. Вычисляем суточную норму белка:

$$2,8 \times 75 = 210 \text{ г}$$

Шаг 2. Округляем до десятых:

$$210,0 \text{ г}$$

Ответ: Суточная норма белка составляет 210,0 г.

Задание 3. Прикидка стоимости спортивного инвентаря

Условие: Тренер закупает инвентарь: 8 мячей по 487 руб., 5 скакалок по 132 руб., 3 гантели по 854 руб. Прикиньте общую стоимость покупки, округлив числа до сотен.

Решение:

Шаг 1. Округляем цены:

- Мячи: $487 \approx 500$ руб.

- Скакалки: $132 \approx 100$ руб.
- Гантели: $854 \approx 900$ руб.

Шаг 2. Выполняем прикидку:

Мячи: $8 \times 500 = 4000$ руб.

Скакалки: $5 \times 100 = 500$ руб.

Гантели: $3 \times 900 = 2700$ руб.

Общая стоимость: $4000 + 500 + 2700 = 7200$ руб.

Шаг 3. Точный расчет для сравнения:

$8 \times 487 = 3896$ руб.

$5 \times 132 = 660$ руб.

$3 \times 854 = 2562$ руб.

Итого: $3896 + 660 + 2562 = 7118$ руб.

Ответ: Прикидка показывает 7200 руб., точная сумма - 7118 руб.

Практическое занятие №2

Тема: Решение основных типов целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств

Цель работы: Сформировать умения решать целые и дробно-рациональные уравнения и неравенства для применения в профессиональной деятельности при планировании тренировочного процесса.

Задачи:

- Освоить методы решения целых уравнений
- Научиться решать дробно-рациональные уравнения
- Изучить метод интервалов для решения неравенств
- Применить полученные навыки для решения профессиональных

задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Задание 1. Расчет времени тренировки

Условие: Общая продолжительность тренировки составляет 120 минут. Время, отведенное на разминку, относится ко времени основной части как 1:3, а на заминку остается 20 минут. Составьте и решите уравнение для нахождения времени каждой части тренировки.

Решение:

Шаг 1. Составляем уравнение:

Пусть x - время разминки, тогда $3x$ - время основной части

$$x + 3x + 20 = 120$$

Шаг 2. Решаем уравнение:

$$4x + 20 = 120$$

$$4x = 120 - 20$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$

Шаг 3. Находим время всех частей:

- Разминка: $x = 25$ минут
- Основная часть: $3x = 75$ минут
- Заминка: 20 минут

Проверка: $25 + 75 + 20 = 120$ минут

Ответ: разминка - 25 мин, основная часть - 75 мин, заминка - 20 мин.

Задание 2. Расчет оптимального пульса

Условие: Для расчета оптимального пульса во время кардиотренировки используется формула, которая приводит к уравнению:

$$(220 - x) / (x - 30) = 2/3$$

где x - возраст спортсмена. Найдите оптимальный пульс для спортсмена.

Решение:

Шаг 1. Записываем уравнение:

$$(220 - x) / (x - 30) = 2/3$$

Шаг 2. Используем основное свойство пропорции:

$$3(220 - x) = 2(x - 30)$$

Шаг 3. Раскрываем скобки:

$$660 - 3x = 2x - 60$$

Шаг 4. Переносим слагаемые:

$$660 + 60 = 2x + 3x$$

$$720 = 5x$$

$$x = 144$$

Ответ: Оптимальный пульс 144 удара в минуту.

Задание 3. Планирование нагрузок методом интервалов

Условие: Интенсивность нагрузки должна удовлетворять неравенству:

$$(x - 5)/(x + 2) \leq 0$$

Определите допустимый диапазон интенсивности.

Решение:

Шаг 1. Находим нули числителя и знаменателя:

- Числитель: $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$
- Знаменатель: $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

Шаг 2. Отмечаем точки на числовой прямой и определяем знаки:

$$(-\infty) \quad -2 \quad (+) \quad 5 \quad (-) \quad (+\infty)$$

Шаг 3. Учитываем, что неравенство нестрогое ($\leq$) и знаменатель не может быть равен нулю:

$$x \in (-2; 5]$$

Ответ: Допустимая интенсивность нагрузки от -2 (исключительно) до 5 (включительно).

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Как найти процент от числа?
2. Каковы правила округления десятичных дробей?
3. Что такое ОДЗ и почему ее важно учитывать?
4. Как решать уравнения методом пропорции?

5. В чем заключается метод интервалов?

Практическое занятие №3

Тема: Построение графиков функций. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Степень с целым показателем.

Цель работы: Сформировать умения строить графики функций, определять их свойства и применять эти знания для анализа зависимостей в спортивной деятельности.

Задачи:

- Научиться строить графики степенных функций
- Освоить определение четности и нечетности функций
- Научиться находить промежутки знакопостоянства
- Применять знания для анализа спортивных показателей

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные определения

Четная функция: $f(-x) = f(x)$ - график симметричен относительно оси ОУ

Нечетная функция: $f(-x) = -f(x)$ - график симметричен относительно начала координат

Промежутки знакопостоянства - промежутки, на которых функция сохраняет свой знак (+ или -)

2. Степенная функция $y = x^n$

Свойства при n - натуральном:

- $y = x^1$ - прямая, возрастает на $\mathbb{R}$
- $y = x^2$ - парабола, четная

- $y = x^3$ - кубическая парабола, нечетная

Формулы:

$$x^0 = 1 \ (x \neq 0)$$

$$x^1 = x$$

$$x^2 = x \cdot x$$

$$x^{-n} = 1/x^n \ (x \neq 0)$$

Практические задания

Задание 1. Построение графика функции $y = x^2$ и анализ свойств

Условие: Постройте график функции $y = x^2$ и проанализируйте его свойства в контексте зависимости результата от приложенных усилий.

Решение:

Шаг 1. Составляем таблицу значений:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

Шаг 2. Строим график:у

Шаг 3. Анализируем свойства:

- **Область определения:** $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- **Область значений:** $E(f) = [0; +\infty)$
- **Четность:** $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ - ЧЕТНАЯ
- **Промежутки знакопостоянства:**
 - $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
 - $y = 0$ при $x = 0$

Профессиональный контекст: Данная зависимость может моделировать прогресс в спорте - при увеличении усилий в 2 раза результат улучшается в 4 раза.

Задание 2. Исследование функции $y = x^3$

Условие: Исследуйте функцию $y = x^3$ и постройте ее график. Проанализируйте, как может проявляться такая зависимость в спортивных достижениях.

Решение:

Шаг 1. Таблица значений:

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

Шаг 2. График:

Шаг 3. Свойства функции:

- **Область определения:** $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- **Область значений:** $E(f) = (-\infty; +\infty)$
- **Четность:** $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ - НЕЧЕТНАЯ
- **Нули функции:** $x = 0$
- **Промежутки знакопостоянства:**
 - $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$
 - $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$

Профессиональное применение: Может описывать зависимость, где небольшие изменения в технике дают значительное улучшение результата.

Задание 3. Анализ функции $y = 1/x$ (гипербола)

Условие: Проанализируйте функцию $y = 1/x$ и ее график. Рассмотрите, как такая зависимость может проявляться в соотношении "нагрузка-восстановление".

Решение:

Шаг 1. Таблица значений:

x	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4
y	-0,25	-0,5	-1	-2	2	1	0,5	0,25

Шаг 2. Свойства:

- **Область определения:** $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- **Область значений:** $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- **Четность:** $f(-x) = 1/(-x) = -1/x = -f(x)$ - НЕЧЕТНАЯ
- **Промежутки знакопостоянства:**
 - $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$

- $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$

Шаг 3. Профессиональная интерпретация: При очень малых нагрузках ($x \rightarrow 0+$) требуется очень большое время восстановления ($y \rightarrow +\infty$), при больших нагрузках время восстановления уменьшается.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Постройте график функции $y = x^4$ и определите:

- Область определения и область значений
- Четность функции
- Промежутки знакопостоянства
- Нули функции

Задание 2. Исследуйте функцию $y = 2/x$ и ответьте на вопросы:

- Является ли функция четной или нечетной?
- На каких промежутках функция положительна?
- Какой профессиональный смысл может иметь эта зависимость?

Задание 3. Функция $y = -x^2$ описывает зависимость утомления от времени тренировки. Проанализируйте:

- На каких промежутках функция отрицательна?
- Что означает точка $(0;0)$ в профессиональном контексте?

Вариант 2

Задание 1. Постройте график функции $y = \sqrt{x}$ и определите:

- Область определения и область значений
- Четность функции
- Промежутки знакопостоянства

Задание 2. Исследуйте функцию $y = x^{-2} = 1/x^2$:

- Найдите область определения
- Определите четность
- Постройте график

Задание 3. Функция $y = x^3 - 3x$ описывает эффективность тренировки в зависимости от ее интенсивности. Найдите:

- Нули функции
- Промежутки знакопостоянства
- Интерпретируйте результаты в профессиональном контексте

Вариант 3

Задание 1. Исследуйте функцию $y = |x|$:

- Постройте график
- Определите четность
- Найдите промежутки знакопостоянства

Задание 2. Для функции $y = (x - 2)^2$:

- Постройте график
- Найдите нули функции
- Определите промежутки знакопостоянства

Задание 3. Проанализируйте, какая из изученных функций лучше всего описывает:

- Зависимость спортивного результата от количества тренировок
 - Зависимость утомления от продолжительности нагрузки
- Обоснуйте свой выбор.

Критерии оценки самостоятельной работы

«5» (отлично):

- Правильно построены все графики
- Полностью и верно определены все свойства функций
- Дана грамотная профессиональная интерпретация
- Работа оформлена аккуратно

«4» (хорошо):

- Допущены незначительные ошибки в построении графиков
- Не все свойства функций определены полностью
- Профессиональная интерпретация присутствует, но неполная

«3» (удовлетворительно):

- Графики построены с существенными ошибками
- Свойства функций определены частично
- Профессиональная интерпретация отсутствует или неверна

«2» (неудовлетворительно):

- Графики не построены или построены полностью неверно
- Свойства функций не определены
- Задание не выполнено

Практическое занятие №4

Тема: Решение иррациональных уравнений и неравенств

Цель работы: Сформировать умения решать иррациональные уравнения и неравенства, применять математические методы для расчета параметров в профессиональной деятельности.

Задачи:

Освоить методы решения иррациональных уравнений

Научиться решать иррациональные неравенства

Изучить правила нахождения ОДЗ

Применить знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

Основные понятия

Иррациональное уравнение - уравнение, в котором переменная содержится под знаком корня

ОДЗ (область допустимых значений) - множество значений переменной, при которых выражение имеет смысл

Основные правила:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Rightarrow \{f(x) \geq 0, g(x) \geq 0, f(x) = [g(x)]^2\}$$

$\sqrt{f(x)} > g(x)$ - рассматриваем два случая в зависимости от знака $g(x)$

Методы решения

Возведение в квадрат:

Если $\sqrt{f(x)} = g(x)$, то $f(x) = [g(x)]^2$ при условиях $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$

Замена переменной:

Если уравнение содержит $\sqrt{f(x)}$ и $f(x)$, вводим замену $t = \sqrt{f(x)}$

Практические задания

Задание 1. Расчет длины спортивной площадки

Условие: Длина спортивной площадки на 10 метров больше ее ширины. Диагональ площадки равна 25 метрам. Найдите ширину площадки, составив и решив иррациональное уравнение.

Решение:

Шаг 1. Составляем уравнение по теореме Пифагора:

$$\sqrt{(x^2 + (x + 10)^2)} = 25$$

где x - ширина площадки, $(x + 10)$ - длина

Шаг 2. Находим ОДЗ:

$x > 0$ (ширина положительна)

Шаг 3. Возводим обе части в квадрат:

$$x^2 + (x + 10)^2 = 625$$

Шаг 4. Раскрываем скобки и упрощаем:

$$x^2 + x^2 + 20x + 100 = 625$$

$$2x^2 + 20x + 100 - 625 = 0$$

$$2x^2 + 20x - 525 = 0$$

Шаг 5. Делим на 2 и решаем квадратное уравнение:

$$x^2 + 10x - 262,5 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-262,5) = 100 + 1050 = 1150$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{1150} = \sqrt{(25 \cdot 46)} = 5\sqrt{46}$$

$$x = (-10 \pm 5\sqrt{46})/2$$

Шаг 6. Выбираем положительный корень:

$$x = (-10 + 5\sqrt{46})/2 \approx (-10 + 5 \cdot 6,782)/2 \approx (-10 + 33,91)/2 \approx 11,955$$

Ответ: Ширина площадки приблизительно 12 метров.

Задание 2. Расчет времени тренировки

Условие: Время разминки (в минутах) определяется из уравнения:

$$\sqrt{(2t + 6)} = t - 1$$

Найдите продолжительность разминки.

Решение:

Шаг 1. Записываем условия ОДЗ:

$$2t + 6 \geq 0 \Rightarrow t \geq -3$$

$$t - 1 \geq 0 \Rightarrow t \geq 1$$

Следовательно, ОДЗ: $t \geq 1$

Шаг 2. Возводим обе части в квадрат:

$$2t + 6 = (t - 1)^2$$

Шаг 3. Раскрываем скобки и решаем:

$$2t + 6 = t^2 - 2t + 1$$

$$t^2 - 2t + 1 - 2t - 6 = 0$$

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

Шаг 4. Находим корни:

$$D = 16 + 20 = 36$$

$$t = (4 \pm 6)/2$$

$$t_1 = 5, t_2 = -1$$

Шаг 5. Проверяем корни по ОДЗ:

$t = 5$ - удовлетворяет ОДЗ

$t = -1$ - не удовлетворяет ОДЗ

Ответ: Продолжительность разминки 5 минут.

Задание 3. Определение интенсивности нагрузки

Условие: Интенсивность нагрузки x должна удовлетворять неравенству:

$$\sqrt{x+3} < x-1$$

Найдите допустимые значения интенсивности.

Решение:

Шаг 1. Записываем условия:

Подкоренное выражение: $x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

Правая часть: $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$ (так как левая часть ≥ 0)

Следовательно, ОДЗ: $x > 1$

Шаг 2. Возводим обе части в квадрат:

$$x+3 < (x-1)^2$$

Шаг 3. Решаем неравенство:

$$x+3 < x^2 - 2x + 1$$

$$0 < x^2 - 2x + 1 - x - 3$$

$$0 < x^2 - 3x - 2$$

Шаг 4. Находим корни квадратного уравнения:

$$x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$x = (3 \pm \sqrt{17})/2$$

$$x_1 \approx (3 - 4,123)/2 \approx -0,561$$

$$x_2 \approx (3 + 4,123)/2 \approx 3,561$$

Шаг 5. Определяем знаки на интервалах:

$$(-\infty) -0,561 (+) 3,561 (-) (+\infty)$$

Шаг 6. Учитываем ОДЗ ($x > 1$):

$$x \in (3,561; +\infty)$$

Ответ: Интенсивность нагрузки должна быть больше 3,561.

Самостоятельная работа для студентов

(в форме ЕГЭ)

Вариант 1

Задание 1. Решите уравнение:

$$\sqrt{3x-5} = x-1$$

Задание 2. Решите неравенство:

$$\sqrt{2x + 1} \geq x - 2$$

Задание 3. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$$

Задание 4. Профессиональная задача: Длина беговой дорожки на 8 м больше ширины. Если диагональ дорожки равна 20 м, найдите ее ширину.

Вариант 2

Задание 1. Решите уравнение:

$$\sqrt{5 - 2x} = 3 - x$$

Задание 2. Решите неравенство:

$$\sqrt{x + 4} < 6 - x$$

Задание 3. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{9 - x^2} + 1/\sqrt{x + 1}$$

Задание 4. Профессиональная задача: Время восстановления после тренировки определяется из уравнения $\sqrt{t + 2} = t$. Найдите время восстановления.

Вариант 3

Задание 1. Решите уравнение:

$$\sqrt{x^2 - 3x} = 2 - x$$

Задание 2. Решите неравенство:

$$\sqrt{x^2 - 1} \leq x + 2$$

Задание 3. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{4 - x} + \sqrt{x + 2}$$

Задание 4. Профессиональная задача: Оптимальная частота пульса при нагрузке определяется из неравенства $\sqrt{p - 60} < 10$. Найдите допустимые значения пульса.

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (уравнение) - 2 балла:

2 балла: правильное решение с проверкой ОДЗ

1 балл: решение с арифметическими ошибками

0 баллов: неверное решение или отсутствие решения

Задание 2 (неравенство) - 2 балла:

2 балла: верно найден ответ с учетом ОДЗ

1 балл: частично верное решение

0 баллов: неверное решение

Задание 3 (область определения) - 2 балла:

2 балла: полностью верно найдена ОДЗ

1 балл: найдена часть ОДЗ

0 баллов: неверный ответ

Задание 4 (профессиональная задача) - 2 балла:

2 балла: верно составлено и решено уравнение

1 балл: уравнение составлено верно, но решение содержит ошибки

0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 8-9 баллов

«4» (хорошо): 6-7 баллов

«3» (удовлетворительно): 4-5 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-3 балла

Рекомендации для студентов

При решении иррациональных уравнений:

Всегда находите ОДЗ

Проверяйте полученные корни

Помните о правилах возведения в квадрат

При решении неравенств:

Учитывайте знак правой части

Рассматривайте разные случаи

Не забывайте про ОДЗ

Общие советы:

Внимательно читайте условие

Делайте проверку полученных ответов

Связывайте математические задачи с профессиональной деятельностью

Формулы для запоминания:

$$\sqrt{a} = b \Rightarrow a = b^2 \text{ при } a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{a} < b \Rightarrow \{a \geq 0, b > 0, a < b^2\}$$

$$\sqrt{a} > b \Rightarrow [(\{a \geq 0, b < 0\}) \text{ или } (\{a \geq 0, b \geq 0, a > b^2\})]$$

Практическое занятие №5

Тема: Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений

Цель работы: Сформировать умения преобразовывать тригонометрические выражения и решать тригонометрические уравнения для применения в расчетах параметров движения и цикличности тренировочного процесса.

Задачи:

- Освоить основные тригонометрические формулы
- Научиться преобразовывать тригонометрические выражения
- Освоить методы решения тригонометрических уравнений
- Применить знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные тригонометрические формулы

Основное тождество:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Формулы сложения:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Формулы двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

Формулы приведения:

$$\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(\pi/2 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

2. Решение тригонометрических уравнений**Простейшие уравнения:**

$$\sin x = a \Rightarrow x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = a \Rightarrow x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = a \Rightarrow x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Практические задания**Задание 1. Упрощение тригонометрического выражения**

Условие: Упростите выражение, которое может описывать траекторию движения спортсмена:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$$

Решение:

Шаг 1. Раскрываем скобки по формулам:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha$$

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha$$

Шаг 2. Складываем полученные выражения:

$$(\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha) + (\sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$= 2\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha$$

Шаг 3. Выносим общий множитель и применяем основное тождество:

$$2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2 \cdot 1 = 2$$

Ответ: 2

Задание 2. Расчет угла наклона беговой дорожки

Условие: Угол наклона беговой дорожки удовлетворяет уравнению:

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$$

Найдите возможные значения угла наклона в градусах ($0^\circ \leq x \leq 90^\circ$).

Решение:

Шаг 1. Вводим замену переменной:

Пусть $t = \sin x$, тогда уравнение принимает вид:

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

Шаг 2. Решаем квадратное уравнение:

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1$$

$$t = (3 \pm 1)/4$$

$$t_1 = 1, t_2 = 0,5$$

Шаг 3. Возвращаемся к переменной x :

$$\sin x = 1 \text{ или } \sin x = 0,5$$

Шаг 4. Решаем каждое уравнение:

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = \pi/2 + 2\pi n$$

$$\sin x = 0,5 \Rightarrow x = \pi/6 + 2\pi n \text{ или } x = 5\pi/6 + 2\pi n$$

Шаг 5. Выбираем решения в заданном промежутке $[0^\circ; 90^\circ]$:

$$x = 90^\circ \text{ (из } \sin x = 1)$$

$$x = 30^\circ \text{ (из } \sin x = 0,5)$$

Ответ: 30° и 90°

Задание 3. Расчет амплитуды движения

Условие: Амплитуда движения спортсмена описывается уравнением:

$$\sqrt{3} \cdot \sin x + \cos x = 1$$

Найдите значения x , удовлетворяющие уравнению.

Решение:

Шаг 1. Делим обе части на 2:

$$(\sqrt{3}/2) \cdot \sin x + (1/2) \cdot \cos x = 1/2$$

Шаг 2. Замечаем, что:

Download

$$\sqrt{3}/2 = \cos(\pi/6), 1/2 = \sin(\pi/6)$$

Шаг 3. Применяем формулу синуса суммы:

$$\sin x \cdot \cos(\pi/6) + \cos x \cdot \sin(\pi/6) = \sin(x + \pi/6) = 1/2$$

Шаг 4. Решаем полученное уравнение:

$$\sin(x + \pi/6) = 1/2$$

$$x + \pi/6 = \pi/6 + 2\pi n \text{ или } x + \pi/6 = 5\pi/6 + 2\pi n$$

Шаг 5. Находим x :

$$x = 2\pi n \text{ или } x = 2\pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = 2\pi n$, $x = 2\pi/3 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Упростите выражение:

$$(1 - \cos^2 \alpha) / (1 - \sin^2 \alpha) + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

Задание 2. Решите уравнение:

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Задание 3. Решите уравнение:

$$\sin 2x = \cos x$$

Задание 4. Профессиональная задача: Угол вылета мяча удовлетворяет уравнению $2\sin^2 \alpha - 1 = 0$. Найдите возможные значения угла в градусах ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).

Вариант 2

Задание 1. Упростите выражение:

$$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha$$

Задание 2. Решите уравнение:

$$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$$

Задание 3. Решите уравнение:

$$\cos 2x + \sin x = 0$$

Задание 4. Профессиональная задача: Фаза движения описывается уравнением $\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x = 1$. Найдите x в градусах.

Вариант 3

Задание 1. Упростите выражение:

$$(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha - 1$$

Задание 2. Решите уравнение:

$$4\cos^2 x - 1 = 0$$

Задание 3. Решите уравнение:

$$\sin x + \cos x = 0$$

Задание 4. Профессиональная задача: Цикл дыхания при беге описывается уравнением $2\cos^2 t - \cos t = 0$. Найдите время (в секундах) одного цикла, если t измеряется в секундах.

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (упрощение выражения) - 2 балла:

2 балла: правильное упрощение с использованием формул

1 балл: частично верное решение

0 баллов: неверное решение

Задание 2 (решение уравнения) - 2 балла:

2 балла: верно найдены все корни уравнения

1 балл: найдены не все корни или есть ошибки в записи

0 баллов: неверное решение

Задание 3 (решение уравнения) - 2 балла:

2 балла: уравнение решено правильно, записан общий вид корней

1 балл: решение содержит незначительные ошибки

0 баллов: неверное решение

Задание 4 (профессиональная задача) - 2 балла:

2 балла: верно решена профессиональная задача, дан содержательный ответ

1 балл: задача решена с ошибками или неполно

0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 8-9 баллов

«4» (хорошо): 6-7 баллов

«3» (удовлетворительно): 4-5 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-3 балла

Рекомендации для студентов

При преобразовании выражений:

1. Используйте основные тригонометрические тождества
2. Помните о области допустимых значений

3. Проверьте эквивалентность преобразований

При решении уравнений:

1. Определите тип уравнения
2. Используйте соответствующие методы решения
3. Не забывайте про периодичность тригонометрических функций
4. Записывайте общее решение

Полезные формулы для запоминания:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = 1/\cos^2\alpha$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = 1/\sin^2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

Связь с профессиональной деятельностью:

Тригонометрические функции описывают циклические процессы (дыхание, сердцебиение)

Углы используются при расчете траекторий движения

Периодичность функций помогает моделировать тренировочные циклы

Пример профессионального применения:

Дальность полета $L = (v^2 \cdot \sin 2\alpha)/g$

где v - начальная скорость, α - угол броска, g - ускорение свободного падения

Практическое занятие №6

Тема: Решение основных типов задач на арифметическую и геометрическую прогрессии (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения применять знания об арифметической и геометрической прогрессиях для решения профессиональных задач в области физической культуры и спорта.

Задачи:

- Освоить формулы арифметической и геометрической прогрессий
- Научиться решать задачи на прогрессии

- Применить знания для планирования тренировочного процесса
- Развить умения анализировать и моделировать реальные ситуации

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Арифметическая прогрессия

Определение: Числовая последовательность, в которой каждый следующий член отличается от предыдущего на постоянную величину d (разность прогрессии)

2. Геометрическая прогрессия

Определение: Числовая последовательность, в которой каждый следующий член получается умножением предыдущего на постоянное число q (знаменатель прогрессии)

Практические задания

Задание 1. Планирование увеличения нагрузки (арифметическая прогрессия)

Условие: Спортсмен начинает подготовку к марафону с пробегания 5 км в день. Каждую неделю он увеличивает ежедневную дистанцию на 2 км. Какой суммарный путь он пробежит за 8 недель?

Решение:

Шаг 1. Определяем параметры арифметической прогрессии:

$a_1 = 5$ км (дистанция в первую неделю)

$d = 2$ км (еженедельное увеличение)

$n = 8$ недель

Шаг 2. Находим дистанцию на 8-й неделе:

$a_8 = a_1 + d(8 - 1) = 5 + 2 \times 7 = 5 + 14 = 19$ км

Шаг 3. Вычисляем суммарный путь за 8 недель:

$$S_8 = (a_1 + a_8) \times n \div 2 = (5 + 19) \times 8 \div 2 = 24 \times 4 = 96 \text{ км}$$

Ответ: За 8 недель спортсмен пробежит 96 км.

Задание 2. Расчет снижения веса (геометрическая прогрессия)

Условие: Спортсмен весом 90 кг начинает программу снижения веса. Еженедельно он теряет 10% от текущего веса. Какой будет его вес через 5 недель?

Решение:

Шаг 1. Определяем параметры геометрической прогрессии:

$$b_1 = 90 \text{ кг (начальный вес)}$$

$$q = 0,9 \text{ (каждую неделю остается 90\% от предыдущего веса)}$$

$$n = 5 \text{ недель}$$

Шаг 2. Находим вес через 5 недель:

$$b_5 = b_1 \times q^{5-1} = 90 \times 0,9^4$$

Шаг 3. Вычисляем:

$$0,9^2 = 0,81$$

$$0,9^4 = 0,81^2 = 0,6561$$

$$b_5 = 90 \times 0,6561 = 59,049 \approx 59 \text{ кг}$$

Ответ: Через 5 недель вес спортсмена составит примерно 59 кг.

Задание 3. Планирование увеличения количества повторений

Условие: На первой тренировке спортсмен делает 10 отжиманий. На каждой последующей тренировке он увеличивает количество отжиманий на 3. Сколько всего отжиманий он сделает за 12 тренировок?

Решение:

Шаг 1. Определяем параметры арифметической прогрессии:

$$a_1 = 10$$

$$d = 3$$

$$n = 12$$

Шаг 2. Находим количество отжиманий на 12-й тренировке:

$$a_{12} = a_1 + d(12 - 1) = 10 + 3 \times 11 = 10 + 33 = 43$$

Шаг 3. Вычисляем общее количество отжиманий:

$$S_{12} = (a_1 + a_{12}) \times n \div 2 = (10 + 43) \times 12 \div 2 = 53 \times 6 = 318$$

Ответ: За 12 тренировок спортсмен сделает 318 отжиманий.

Задание 4. Расчет суммарной нагрузки (бесконечно убывающая прогрессия)

Условие: После интенсивной тренировки восстановление мышечной ткани происходит так, что каждый следующий день восстанавливается 50% от оставшегося объема поврежденной ткани. Если первоначально повреждено 1000 см³ ткани, какой суммарный объем восстановится?

Решение:

Шаг 1. Определяем параметры бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$b_1 = 500 \text{ см}^3 \text{ (в первый день восстанавливается 50\% от 1000)}$$

$$q = 0,5 \text{ (каждый следующий день восстанавливается 50\% от оставшегося)}$$

Шаг 2. Вычисляем сумму бесконечно убывающей прогрессии:

$$S = b_1 \div (1 - q) = 500 \div (1 - 0,5) = 500 \div 0,5 = 1000 \text{ см}^3$$

Ответ: Суммарно восстановится 1000 см³ мышечной ткани.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Спортсмен начинает с 15 подтягиваний и увеличивает количество на 2 каждую неделю. Сколько подтягиваний он сделает на 10-й неделе и сколько всего за 10 недель?

Задание 2. Мяч падает с высоты 10 м. Каждый раз он поднимается на 60% от предыдущей высоты. Найдите суммарный путь мяча до полной остановки.

Задание 3. Профессиональная задача: Тренер планирует увеличить время бега с 20 до 50 минут за 10 тренировок равными шагами. На сколько минут должна увеличиваться продолжительность бега на каждой тренировке?

Вариант 2

Задание 1. На первой тренировке спортсмен пробегает 3 км. Каждую следующую тренировку он увеличивает дистанцию на 0,5 км. Какую

дистанцию он пробежит на 15-й тренировке и сколько всего за 15 тренировок?

Задание 2. После соревнований пульс спортсмена составляет 160 ударов в минуту. Каждую минуту пульс уменьшается на 20% от текущего значения. Каким будет пульс через 5 минут?

Задание 3. Профессиональная задача: Для подготовки к соревнованиям нужно увеличить количество прыжков со скакалкой с 100 до 400 за 12 дней равномерно. На сколько прыжков нужно увеличивать нагрузку каждый день?

Вариант 3

Задание 1. Спортсмен начинает с 8 приседаний и каждый день увеличивает количество на 4. Сколько приседаний он сделает на 14-й день и сколько всего за 2 недели?

Задание 2. Температура тела после тренировки $38,5^{\circ}\text{C}$. Каждый час она снижается на 15% от разности с нормальной температурой ($36,6^{\circ}\text{C}$). Найдите температуру через 3 часа.

Задание 3. Профессиональная задача: При подготовке к марафону нужно увеличить недельный пробег с 30 км до 100 км за 7 недель равными приростами. На сколько километров нужно увеличивать пробег каждую неделю?

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (арифметическая прогрессия) - 3 балла:

3 балла: правильно найдены оба значения (n-й член и сумма)

2 балла: найдено одно значение верно

1 балл: частично верное решение

0 баллов: неверное решение

Задание 2 (геометрическая прогрессия) - 3 балла:

3 балла: правильное решение с точным ответом

2 балла: решение с незначительной ошибкой в вычислениях

1 балл: выбран верный метод, но есть существенные ошибки

0 баллов: неверное решение

Задание 3 (профессиональная задача) - 4 балла:

4 балла: верно составлена и решена задача, дан содержательный ответ

3 балла: задача решена с незначительными ошибками

2 балла: выбран верный метод, но есть ошибки в вычислениях

1 балл: частично верное решение

0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

При решении задач на арифметическую прогрессию:

1. Определите первый член a_1 и разность d
2. Для нахождения n -го члена используйте формулу
3. Для нахождения суммы используйте:

При решении задач на геометрическую прогрессию:

1. Определите первый член b_1 и знаменатель q

Профессиональные приложения:

Планирование тренировочных нагрузок

Расчет восстановительных процессов

Моделирование спортивных результатов

Оптимизация тренировочных циклов

Проверка решения:

Убедитесь, что ответ имеет физический смысл

Проверьте вычисления

Убедитесь, что учтены все условия задачи

Практическое занятие №7

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств

Цель работы: Сформировать умения решать показательные уравнения и неравенства, применять их для моделирования процессов в спортивной деятельности.

Задачи:

- Освоить методы решения показательных уравнений
- Научиться решать показательные неравенства
- Изучить свойства показательной функции
- Применить знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Показательная функция

Определение: Функция вида $y = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1$

Свойства:

- Область определения: $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- Область значений: $E(f) = (0; +\infty)$
- При $a > 1$ функция возрастает
- При $0 < a < 1$ функция убывает

2. Методы решения показательных уравнений

Приведение к одинаковому основанию:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$$

Вынесение общего множителя:

$$a^{f(x)} + a^{g(x)} = a^{g(x)}(a^{f(x)-g(x)} + 1)$$

Замена переменной:

Пусть $t = a^x$, тогда уравнение сводится к алгебраическому

3. Решение показательных неравенств

При $a > 1$:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) > g(x)$$

При $0 < a < 1$:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) < g(x)$$

Практические задания

Задание 1. Расчет времени восстановления пульса

Условие: После интенсивной тренировки пульс спортсмена описывается уравнением: $2^t = 32$, где t - время в минутах. Найдите время восстановления пульса.

Решение:

Шаг 1. Приводим к одинаковому основанию:

$$2^t = 2^5$$

Шаг 2. Приравниваем показатели:

$$t = 5$$

Ответ: Время восстановления пульса - 5 минут.

Задание 2. Моделирование снижения концентрации внимания

Условие: Концентрация внимания спортсмена убывает по закону: $y = 100 \times 0,8^t$, где t - время в часах. Через сколько времени концентрация уменьшится до 64%?

Решение:

Шаг 1. Составляем уравнение:

$$100 \times 0,8^t = 64$$

Шаг 2. Делим обе части на 100:

$$0,8^t = 0,64$$

Шаг 3. Приводим к одинаковому основанию:

$$0,8^t = 0,8^2$$

Шаг 4. Приравниваем показатели:

$$t = 2$$

Ответ: Концентрация уменьшится до 64% через 2 часа.

Задание 3. Определение оптимальной нагрузки

Условие: Эффективность тренировки должна удовлетворять неравенству: $3^{x-1} < 27$. Найдите допустимые значения нагрузки x .

Решение:

Шаг 1. Приводим правую часть к основанию 3:

$$3^{x-1} < 3^3$$

Шаг 2. Так как основание $3 > 1$, знак неравенства сохраняется:

$$x - 1 < 3$$

Шаг 3. Решаем неравенство:

$$x < 4$$

Ответ: Нагрузка должна быть меньше 4 условных единиц.

Задание 4. Расчет времени полураспада лекарства

Условие: Концентрация лекарства в крови уменьшается по закону: $C(t) = C_0 \times 0,5^{t/6}$, где t - время в часах. Через сколько времени концентрация уменьшится в 8 раз?

Решение:

Шаг 1. Составляем уравнение:

$$C_0 \times 0,5^{t/6} = C_0 \div 8$$

Шаг 2. Сокращаем C_0 :

$$0,5^{t/6} = 1 \div 8$$

Шаг 3. Приводим к одинаковому основанию:

$$0,5^{t/6} = 0,5^3$$

Шаг 4. Приравниваем показатели:

$$t \div 6 = 3$$

Шаг 5. Находим t :

$$t = 3 \times 6 = 18$$

Ответ: Концентрация уменьшится в 8 раз через 18 часов.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Решите уравнение: $4^x = 64$

Задание 2. Решите неравенство: $0,5^{2x-1} \geq 0,125$

Задание 3. Профессиональная задача: Скорость метаболизма описывается уравнением $2^t = 16$. Найдите время t .

Задание 4. Используя цифровые ресурсы, постройте график функции $y = 2^x$ и опишите его свойства.

Вариант 2

Задание 1. Решите уравнение: $3^{x+1} = 81$

Задание 2. Решите неравенство: $4^x < 256$

Задание 3. Профессиональная задача: Уровень утомления растет по закону $y = 2^t$. При каком t уровень утомления превысит 32?

Задание 4. Используя цифровые ресурсы, постройте график функции $y = (1 \div 2)^x$ и сравните его с графиком $y = 2^x$.

Вариант 3

Задание 1. Решите уравнение: $5^{2x} = 125$

Задание 2. Решите неравенство: $0,2^x > 0,008$

Задание 3. Профессиональная задача: Восстановление мышц описывается уравнением $3^t = 243$. Найдите время восстановления.

Задание 4. Используя цифровые ресурсы, постройте графики функций $y = 3^x$ и $y = (1 \div 3)^x$ в одной системе координат.

Использование цифровых ресурсов

Рекомендуемые онлайн-ресурсы:

1. **Desmos** - <https://www.desmos.com/calculator>
2. **GeoGebra** - <https://www.geogebra.org/graphing>
3. **Mathway** - <https://www.mathway.com/Graph>

Инструкция для построения графиков в Desmos:

1. Откройте сайт Desmos Calculator
2. В строке ввода введите функцию, например: $y = 2^x$
3. Нажмите Enter для построения графика
4. Для добавления второй функции введите ее в новой строке
5. Используйте инструменты масштабирования и перемещения

Задание для цифровых ресурсов:

Часть А. Постройте графики функций:

$$y = 2^x$$

$$y = 3^x$$

$$y = 4^x$$

Сравните их свойства.

Часть Б. Постройте графики функций:

$$y = (1 \div 2)^x$$

$$y = (1 \div 3)^x$$

$$y = (1 \div 4)^x$$

Проанализируйте их поведение.

Часть В. Исследуйте, как изменяется график функции $y = a^x$ при различных значениях a .

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (уравнение) - 2 балла:

- 2 балла: правильное решение с обоснованием
- 1 балл: решение с незначительными ошибками
- 0 баллов: неверное решение

Задание 2 (неравенство) - 2 балла:

- 2 балла: верно решено неравенство, записан ответ
- 1 балл: решение с ошибками в знаке неравенства
- 0 баллов: неверное решение

Задание 3 (профессиональная задача) - 2 балла:

- 2 балла: верно составлено и решено уравнение
- 1 балл: задача решена с вычислительными ошибками
- 0 баллов: неверное решение

Задание 4 (цифровые ресурсы) - 4 балла:

- 4 балла: построены все графики, дано полное описание свойств
- 3 балла: построены графики, описание неполное
- 2 балла: построены не все графики
- 1 балл: выполнена только часть задания
- 0 баллов: задание не выполнено

Шкала оценивания:

- «5» (отлично): 9-10 баллов
- «4» (хорошо): 7-8 баллов
- «3» (удовлетворительно): 5-6 баллов
- «2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

При решении показательных уравнений:

1. Приводите к одинаковому основанию
2. Используйте свойства степеней
3. Проверяйте полученные решения

При решении неравенств:

1. Обращайте внимание на основание степени
2. Помните о смене знака неравенства при $0 < a < 1$
3. Записывайте ответ в виде промежутка

При работе с цифровыми ресурсами:

1. Внимательно вводите формулы
2. Используйте разные цвета для различных графиков
3. Анализируйте полученные графики
4. Делайте выводы о свойствах функций

Формулы для запоминания:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = 1 \div a^n$$

$$a^0 = 1$$

Профессиональные приложения:

- Моделирование процессов восстановления
- Расчет оптимальных нагрузок
- Анализ эффективности тренировок
- Планирование спортивного питания

Практическое занятие №8

Тема: Решение логарифмических уравнений и неравенств

Цель работы: Сформировать умения решать логарифмические уравнения и неравенства, применять их для расчетов в профессиональной деятельности.

Задачи:

- Освоить определение и свойства логарифмов
- Научиться решать логарифмические уравнения
- Освоить методы решения логарифмических неравенств
- Применить знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Определение логарифма

Логарифм числа b по основанию a :

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

где $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$

2. Основные свойства логарифмов

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (b \times c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a (b \div c) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \times \log_a b$$

$$\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$$

3. Формула перехода к новому основанию

$$\log_a b = \log_{\square} b \div \log_{\square} a$$

4. Решение логарифмических уравнений

Основной метод:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) > 0$$

5. Решение логарифмических неравенств

При $a > 1$:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$$

При $0 < a < 1$:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$$

Практические задания

Задание 1. Расчет интенсивности тренировки

Условие: Интенсивность тренировки определяется уравнением: $\log_2(x + 3) =$

4. Найдите значение интенсивности x .

Решение:

Шаг 1. Записываем уравнение:

$$\log_2(x + 3) = 4$$

Шаг 2. Переходим к показательному виду:

$$x + 3 = 2^4$$

Шаг 3. Вычисляем:

$$x + 3 = 16$$

$$x = 16 - 3$$

$$x = 13$$

Шаг 4. Проверяем ОДЗ: $x + 3 = 16 > 0$ - верно

Ответ: Интенсивность тренировки равна 13 условных единиц.

Задание 2. Определение времени восстановления

Условие: Время восстановления после нагрузки удовлетворяет уравнению:

$$\log_3(2t - 1) = 2. \text{ Найдите время восстановления } t.$$

Решение:

Шаг 1. Записываем уравнение:

$$\log_3(2t - 1) = 2$$

Шаг 2. Переходим к показательному виду:

$$2t - 1 = 3^2$$

Шаг 3. Вычисляем:

$$2t - 1 = 9$$

$$2t = 10$$

$$t = 5$$

Шаг 4. Проверяем ОДЗ: $2t - 1 = 9 > 0$ - верно

Ответ: Время восстановления равно 5 минут.

Задание 3. Расчет оптимального пульса

Условие: Оптимальный пульс спортсмена должен удовлетворять неравенству: $\log_{0.5}(p - 60) > -2$. Найдите допустимые значения пульса p .

Решение:

Шаг 1. Записываем неравенство:

$$\log_{0.5}(p - 60) > -2$$

Шаг 2. Представляем -2 как логарифм:

$$\log_{0.5}(p - 60) > \log_{0.5}(0.5)^{-2}$$

$$\log_{0.5}(p - 60) > \log_{0.5}4$$

Шаг 3. Так как основание $0.5 < 1$, меняем знак неравенства:

$$p - 60 < 4$$

Шаг 4. Учитываем ОДЗ: $p - 60 > 0$

Шаг 5. Решаем систему неравенств:

$$p - 60 > 0$$

$$p - 60 < 4$$

Шаг 6. Получаем:

$$60 < p < 64$$

Ответ: Оптимальный пульс находится в диапазоне от 60 до 64 ударов в минуту.

Задание 4. Расчет нагрузки по шкале Борга

Условие: Уровень воспринимаемой нагрузки определяется уравнением: $\lg(x^2 - 3x) = \lg(10)$. Найдите возможные значения нагрузки x .

Решение:

Шаг 1. Записываем уравнение:

$$\lg(x^2 - 3x) = \lg 10$$

Шаг 2. Приравниваем аргументы:

$$x^2 - 3x = 10$$

Шаг 3. Решаем квадратное уравнение:

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x = (3 \pm 7) \div 2$$

$$x_1 = 5, x_2 = -2$$

Шаг 4. Проверяем ОДЗ:

- Для $x = 5$: $25 - 15 = 10 > 0$ - верно
- Для $x = -2$: $4 + 6 = 10 > 0$ - верно

Ответ: Нагрузка может быть равна 5 или -2 условных единиц.

Самостоятельная работа для студентов

(в форме ЕГЭ)

Вариант 1

Задание 1. Решите уравнение: $\log_5(2x + 1) = 2$

Задание 2. Решите неравенство: $\log_{0.2}(x - 1) \geq -1$

Задание 3. Найдите область определения функции: $y = \log_7(4 - x^2)$

Задание 4. Профессиональная задача: Уровень подготовки спортсмена определяется уравнением $\lg(3t + 2) = 1$. Найдите значение t .

Вариант 2

Задание 1. Решите уравнение: $\log_2(x^2 - 5x) = 3$

Задание 2. Решите неравенство: $\log_3(2x - 1) < 2$

Задание 3. Найдите область определения функции: $y = \log_4(9 - x^2) + \log(x + 1)$

Задание 4. Профессиональная задача: Время реакции спортсмена удовлетворяет уравнению $\log_5(2r - 3) = 1$. Найдите время реакции r .

Вариант 3

Задание 1. Решите уравнение: $\log_{0.5}(3x - 2) = -2$

Задание 2. Решите неравенство: $\log_2(3 - x) > 1$

Задание 3. Найдите область определения функции: $y = \ln(x^2 - 4) + \log_2(5 - x)$

Задание 4. Профессиональная задача: Коэффициент выносливости определяется из уравнения $\log_3(4e - 1) = 2$. Найдите значение e .

Типовые задания ЕГЭ

Задание 1. (Базовый уровень)

Решите уравнение: $\log_2(x + 1) + \log_2(x + 3) = 3$

Решение:

$$\log_2[(x + 1)(x + 3)] = 3$$

$$(x + 1)(x + 3) = 2^3$$

$$x^2 + 4x + 3 = 8$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$\text{ОДЗ: } x + 1 > 0, x + 3 > 0 \Rightarrow x > -1$$

$$\text{Ответ: } x = 1$$

Задание 2. (Профильный уровень)

Решите неравенство: $\log_{0.5}(2x - 1) - \log_{0.5}(x + 2) > 0$

Решение:

$$\log_{0.5}[(2x - 1) \div (x + 2)] > 0$$

Так как основание $0,5 < 1$:

$$(2x - 1) \div (x + 2) < 1$$

$$(2x - 1) \div (x + 2) - 1 < 0$$

$$(x - 3) \div (x + 2) < 0$$

Метод интервалов: $x \in (-2; 3)$

Учитываем ОДЗ: $2x - 1 > 0, x + 2 > 0 \Rightarrow x > 0,5$

Ответ: $x \in (0,5; 3)$

Критерии оценки самостоятельной работы**Задание 1 (уравнение) - 2 балла:**

- 2 балла: правильное решение с проверкой ОДЗ
- 1 балл: решение без учета ОДЗ или с вычислительными ошибками
- 0 баллов: неверное решение

Задание 2 (неравенство) - 2 балла:

- 2 балла: верно решено неравенство, записан ответ с учетом ОДЗ
- 1 балл: решение с ошибками в знаках или ОДЗ
- 0 баллов: неверное решение

Задание 3 (область определения) - 2 балла:

- 2 балла: полностью верно найдена ОДЗ
- 1 балл: найдена часть ОДЗ
- 0 баллов: неверный ответ

Задание 4 (профессиональная задача) - 2 балла:

- 2 балла: верно составлено и решено уравнение
- 1 балл: уравнение составлено верно, но решение содержит ошибки
- 0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

- «5» (отлично): 8-9 баллов
- «4» (хорошо): 6-7 баллов
- «3» (удовлетворительно): 4-5 баллов

- «2» (неудовлетворительно): 0-3 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения логарифмических уравнений:

1. Найти ОДЗ
2. Преобразовать уравнение к виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$
3. Приравнять аргументы: $f(x) = g(x)$
4. Решить полученное уравнение
5. Проверить корни на соответствие ОДЗ

Алгоритм решения логарифмических неравенств:

1. Найти ОДЗ
2. Определить основание логарифма
3. Привести неравенство к виду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$
4. Учесть знак основания при переходе к сравнению аргументов
5. Решить систему неравенств

Основные формулы для запоминания:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (b \times c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a (b \div c) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \times \log_a b$$

Типичные ошибки:

- Забывают находить ОДЗ
- Неправильно определяют знак неравенства при $0 < a < 1$
- Путают свойства логарифмов
- Не проверяют полученные корни

Профессиональные приложения:

- Расчет тренировочных нагрузок
- Определение времени восстановления

- Анализ спортивных показателей
- Моделирование физиологических процессов

Практическое занятие №9

Тема: Решение простейших тригонометрических неравенств. Использование графиков для решения тригонометрических неравенств

Цель работы: Сформировать умения решать тригонометрические неравенства различными методами, применять графический метод для наглядного представления решений.

Задачи:

- Освоить методы решения простейших тригонометрических неравенств
- Научиться использовать тригонометрическую окружность
- Освоить графический метод решения неравенств
- Применить знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Тригонометрическая окружность

Единичная окружность с центром в начале координат:

- Радиус $R = 1$
- Углы отсчитываются против часовой стрелки
- $\cos \alpha = x$ (абсцисса точки)
- $\sin \alpha = y$ (ордината точки)

2. Решение простейших неравенств

Для $\sin x > a$:

$$x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Для $\sin x < a$:

$$x \in (-\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Для $\cos x > a$:

$$x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Для $\cos x < a$:

$$x \in (\arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Для $\operatorname{tg} x > a$:

$$x \in (\operatorname{arctg} a + \pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Для $\operatorname{tg} x < a$:

$$x \in (-\pi/2 + \pi n; \operatorname{arctg} a + \pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Практические задания

Задание 1. Определение диапазона углов наклона беговой дорожки

Условие: Угол наклона беговой дорожки должен удовлетворять неравенству: $\sin x \geq 1/2$. Найдите допустимые значения угла в градусах ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$).

Решение:

Шаг 1. Решаем уравнение $\sin x = 1/2$:

$$x = 30^\circ + 360^\circ n \text{ или } x = 150^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$$

Шаг 2. На тригонометрической окружности отмечаем точки, где $\sin x = 1/2$

Шаг 3. Определяем промежутки, где $\sin x \geq 1/2$:

$$x \in [30^\circ + 360^\circ n; 150^\circ + 360^\circ n], n \in \mathbb{Z}$$

Шаг 4. Выбираем решения в заданном промежутке $[0^\circ; 180^\circ]$:

$$x \in [30^\circ; 150^\circ]$$

Ответ: Угол наклона должен быть от 30° до 150° .

Задание 2. Расчет оптимального угла броска мяча

Условие: Оптимальный угол броска мяча должен удовлетворять неравенству: $\cos x > \sqrt{2}/2$. Найдите допустимые значения угла в градусах ($0^\circ \leq x \leq 90^\circ$).

Решение:

Шаг 1. Решаем уравнение $\cos x = \sqrt{2}/2$:

$$x = 45^\circ + 360^\circ n \text{ или } x = 315^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$$

Шаг 2. На тригонометрической окружности определяем, где $\cos x > \sqrt{2}/2$

Шаг 3. Записываем общее решение:

$$x \in (-45^\circ + 360^\circ n; 45^\circ + 360^\circ n), n \in \mathbb{Z}$$

Шаг 4. Выбираем решения в заданном промежутке $[0^\circ; 90^\circ]$:

$$x \in [0^\circ; 45^\circ)$$

Ответ: Оптимальный угол броска от 0° до 45° .

Задание 3. Определение фазы движения при беге

Условие: Фаза движения ноги при беге описывается неравенством: $\operatorname{tg} x < 1$.

Найдите допустимые значения фазы в радианах ($0 \leq x \leq \pi$).

Решение:

Шаг 1. Решаем уравнение $\operatorname{tg} x = 1$:

$$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Шаг 2. Учитываем, что тангенс имеет период π

Шаг 3. Определяем промежутки, где $\operatorname{tg} x < 1$:

$$x \in (-\pi/2 + \pi n; \pi/4 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Шаг 4. Выбираем решения в заданном промежутке $[0; \pi]$:

$$x \in [0; \pi/4) \cup (\pi/2; \pi)$$

Ответ: Фаза движения должна быть в промежутках $[0; \pi/4)$ или $(\pi/2; \pi)$.

Задание 4. Графическое решение неравенства

Условие: Используя график функции $y = \sin x$, решите неравенство: $\sin x \leq -1/2$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

Решение:

Шаг 1. Строим график функции $y = \sin x$

Шаг 2. Проводим горизонтальную линию $y = -1/2$

Шаг 3. Находим точки пересечения:

$\sin x = -1/2$ при $x = 7\pi/6$ и $x = 11\pi/6$

Шаг 4. Определяем промежутки, где $\sin x \leq -1/2$:

$x \in [7\pi/6; 11\pi/6]$

Ответ: $x \in [7\pi/6; 11\pi/6]$

Самостоятельная работа для студентов

(в форме ЕГЭ)

Вариант 1

Задание 1. Решите неравенство: $\sin x > \sqrt{3}/2$

Задание 2. Решите неравенство: $\cos x \leq -1/2$

Задание 3. Решите неравенство: $\operatorname{tg} x \geq 1$

Задание 4. Профессиональная задача: Угол сгибания колена при приседании должен удовлетворять неравенству $\cos x > 0$. Найдите допустимые значения угла в градусах ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$).

Вариант 2

Задание 1. Решите неравенство: $\sin x < -\sqrt{2}/2$

Задание 2. Решите неравенство: $\cos x \geq \sqrt{3}/2$

Задание 3. Решите неравенство: $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$

Задание 4. Профессиональная задача: Амплитуда движения руки при плавании описывается неравенством $\sin x \geq 0$. Найдите допустимые значения амплитуды в градусах ($0^\circ \leq x \leq 360^\circ$).

Вариант 3

Задание 1. Решите неравенство: $\sin x \leq 1/2$

Задание 2. Решите неравенство: $\cos x < 0$

Задание 3. Решите неравенство: $\operatorname{tg} x > -1$

Задание 4. Профессиональная задача: Фаза дыхательного цикла при беге должна удовлетворять неравенству $\sin x > 0$. Найдите допустимые значения фазы в градусах ($0^\circ \leq x \leq 360^\circ$).

Типовые задания ЕГЭ

Задание 1. (Базовый уровень)

Решите неравенство: $2\sin x - 1 > 0$ на промежутке $[0; 2\pi]$

Решение:

$$2\sin x - 1 > 0$$

$$2\sin x > 1$$

$$\sin x > 1/2$$

$$x \in (\pi/6 + 2\pi n; 5\pi/6 + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{На } [0; 2\pi]: x \in (\pi/6; 5\pi/6)$$

Задание 2. (Профильный уровень)

Решите неравенство: $\cos^2 x - 3\cos x + 2 < 0$

Решение:

Замена: $t = \cos x$

$$t^2 - 3t + 2 < 0$$

$$(t - 1)(t - 2) < 0$$

$$t \in (1; 2)$$

Но $\cos x \leq 1$, поэтому $\cos x \in (1; 1)$ - пустое множество

Ответ: решений нет

Критерии оценки самостоятельной работы**Задание 1 (неравенство с $\sin$) - 2 балла:**

- 2 балла: правильное решение с записью общего ответа
- 1 балл: решение с незначительными ошибками
- 0 баллов: неверное решение

Задание 2 (неравенство с $\cos$) - 2 балла:

- 2 балла: верно решено неравенство, записан ответ
- 1 балл: решение с ошибками в знаках или периоде
- 0 баллов: неверное решение

Задание 3 (неравенство с $\tan$) - 2 балла:

- 2 балла: правильно учтена периодичность тангенса
- 1 балл: решение с ошибками в определении промежутков
- 0 баллов: неверное решение

Задание 4 (профессиональная задача) - 3 балла:

- 3 балла: верно решена задача, дан содержательный ответ

- 2 балла: задача решена с незначительными ошибками
- 1 балл: частично верное решение
- 0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

- «5» (отлично): 9-10 баллов
- «4» (хорошо): 7-8 баллов
- «3» (удовлетворительно): 5-6 баллов
- «2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения тригонометрических неравенств:

1. Решить соответствующее уравнение
2. Отметить точки на тригонометрической окружности
3. Определить промежутки, удовлетворяющие неравенству
4. Записать общее решение с учетом периодичности
5. Если задан конкретный промежуток - выбрать решения из

него

Методы решения:

- Тригонометрическая окружность
- Графический метод
- Алгебраические преобразования

Основные формулы для запоминания:

$$\sin x = a \Rightarrow x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = a \Rightarrow x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = a \Rightarrow x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Типичные ошибки:

- Неправильное определение промежутков на окружности
- Забывают про периодичность функций
- Путают знаки неравенств при использовании графиков
- Не учитывают ограничения на значения

тригонометрических функций

Профессиональные приложения:

- Расчет углов движения в различных видах спорта
- Определение амплитуды движений
- Моделирование циклических процессов (дыхание, сердцебиение)
- Расчет траекторий полета спортивных снарядов

Практическое занятие №10

Тема: Нахождение производных элементарных функций, вычисление производных суммы, произведения, частного функций. Использование производной для исследования функции на монотонность и экстремумы.

Цель работы: Сформировать умения находить производные функций, исследовать функции с помощью производной и применять эти знания для решения профессиональных задач.

Задачи:

- Освоить правила дифференцирования
- Научиться находить производные суммы, произведения, частного
- Освоить исследование функций на монотонность и экстремумы
- Применить знания для анализа спортивных процессов

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные правила дифференцирования

Производная постоянной:

$$(c)' = 0$$

Производная степенной функции:

$$(x^n)' = n \times x^{n-1}$$

Производная суммы:

$$(u + v)' = u' + v'$$

Производная произведения:

$$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$$

Производная частного:

$$(u/v)' = (u' \times v - u \times v')/v^2$$

Производные элементарных функций:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -1/\sin^2 x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \times \ln a$$

$$(\ln x)' = 1/x$$

2. Исследование функций с помощью производной**Критические точки:**

$f'(x) = 0$ или $f'(x)$ не существует

Признак монотонности:

- $f'(x) > 0 \Rightarrow$ функция возрастает
- $f'(x) < 0 \Rightarrow$ функция убывает

Признак экстремума:

- При переходе через критическую точку производная меняет знак с "+" на "-" $\Rightarrow$ максимум
- При переходе через критическую точку производная меняет знак с "-" на "+" $\Rightarrow$ минимум

Практические задания**Задание 1. Расчет скорости изменения результата**

Условие: Результат спортсмена в зависимости от времени подготовки описывается функцией: $f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 1$, где t - время в месяцах. Найдите скорость улучшения результата и моменты, когда улучшение максимально.

Решение:

Шаг 1. Находим производную:

$$f'(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

Шаг 2. Находим критические точки:

$$3t^2 - 12t + 9 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$t_1 = 1, t_2 = 3$$

Шаг 3. Исследуем знаки производной:

$$f'(0) = 9 > 0$$

$$f'(2) = 12 - 24 + 9 = -3 < 0$$

$$f'(4) = 48 - 48 + 9 = 9 > 0$$

Шаг 4. Определяем характер точек:

- $t = 1$: производная меняет знак с "+" на "-" $\Rightarrow$ максимум скорости
- $t = 3$: производная меняет знак с "-" на "+" $\Rightarrow$ минимум скорости

Ответ: Максимальная скорость улучшения результата достигается через 1 месяц подготовки.

Задание 2. Оптимизация времени тренировки

Условие: Эффективность тренировки описывается функцией: $E(t) = -t^2 + 8t - 12$, где t - время тренировки в часах. Найдите оптимальное время тренировки для максимальной эффективности.

Решение:

Шаг 1. Находим производную:

$$E'(t) = -2t + 8$$

Шаг 2. Находим критическую точку:

$$-2t + 8 = 0$$

$$t = 4$$

Шаг 3. Проверяем знаки производной:

$$E'(3) = -6 + 8 = 2 > 0$$

$$E'(5) = -10 + 8 = -2 < 0$$

Шаг **4. Определяем** **характер** **точки:**

$t = 4$ - точка максимума

Шаг 5. Находим максимальную эффективность:

$$E(4) = -16 + 32 - 12 = 4$$

Ответ: Оптимальное время тренировки - 4 часа, максимальная эффективность - 4 условных единицы.

Задание 3. Анализ изменения пульса

Условие: Пульс спортсмена во время нагрузки описывается функцией: $P(t) = 60 + 40t - 5t^2$, где t - время в минутах. Найдите момент наибольшего пульса и его значение.

Решение:

Шаг 1. Находим производную:

$$P'(t) = 40 - 10t$$

Шаг 2. Находим критическую точку:

$$40 - 10t = 0$$

$$t = 4$$

Шаг 3. Проверяем знаки производной:

$$P'(3) = 40 - 30 = 10 > 0$$

$$P'(5) = 40 - 50 = -10 < 0$$

Шаг **4. Определяем** **характер** **точки:**

$t = 4$ - точка максимума

Шаг 5. Находим максимальный пульс:

$$P(4) = 60 + 160 - 80 = 140$$

Ответ: Наибольший пульс 140 ударов в минуту достигается через 4 минуты нагрузки.

Задание 4. Производная сложной функции

Условие: Найти производную функции, описывающей рост мышечной массы: $M(t) = (2t^2 + 3)^4$

Решение:

Шаг 1. Применяем правило дифференцирования сложной функции:

$$M'(t) = 4 \times (2t^2 + 3)^3 \times (2t^2 + 3)'$$

Шаг 2. Находим производную внутренней функции:

$$(2t^2 + 3)' = 4t$$

Шаг 3. Записываем окончательный ответ:

$$M'(t) = 4 \times (2t^2 + 3)^3 \times 4t = 16t \times (2t^2 + 3)^3$$

Ответ: $M'(t) = 16t \times (2t^2 + 3)^3$

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Найдите производную функции: $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 7$

Задание 2. Найдите производную произведения: $f(x) = (x^2 + 1) \times (2x - 3)$

Задание 3. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы: $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

Задание 4. Профессиональная задача: Скорость бегуна описывается функцией $v(t) = -t^2 + 6t$. Найдите момент наибольшей скорости и ее значение.

Вариант 2

Задание 1. Найдите производную функции: $f(x) = 4x^5 + 2x^3 - x^2 + 8$

Задание 2. Найдите производную частного: $f(x) = (x^2 + 2)/(x - 1)$

Задание 3. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

Задание 4. Профессиональная задача: Высота прыжка описывается функцией $h(t) = -5t^2 + 10t$. Найдите максимальную высоту прыжка и время ее достижения.

Вариант 3

Задание 1. Найдите производную функции: $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 10$

Задание 2. Найдите производную сложной функции: $f(x) = (3x^2 - 2x)^5$

Задание 3. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы: $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$

Задание 4. Профессиональная задача: Дальность броска мяча описывается функцией $L(v) = -0,1v^2 + 2v$, где v - начальная скорость. Найдите оптимальную скорость для максимальной дальности.

Прикладные задачи с использованием производной

Задача 1. Определение скорости процесса

Условие: Расстояние, пройденное спортсменом, задано формулой: $S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4t$ (м). Найдите скорость спортсмена в момент времени $t = 2$ с.

Решение:

$$v(t) = S'(t) = 6t^2 - 6t + 4$$

$$v(2) = 6 \times 4 - 6 \times 2 + 4 = 24 - 12 + 4 = 16 \text{ м/с}$$

Задача 2. Нахождение наилучшего решения

Условие: Эффективность тренировочной программы описывается функцией: $E(x) = -x^2 + 10x - 16$, где x - интенсивность нагрузки. Найдите оптимальную интенсивность.

Решение:

$$E'(x) = -2x + 10$$

$$-2x + 10 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$E''(x) = -2 < 0 \Rightarrow \text{максимум}$$

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (производная) - 2 балла:

- 2 балла: правильное нахождение производной
- 1 балл: решение с незначительными ошибками
- 0 баллов: неверное решение

Задание 2 (производная сложной функции) - 2 балла:

- 2 балла: верно применены правила дифференцирования

- 1 балл: решение с ошибками в применении правил
- 0 баллов: неверное решение

Задание 3 (исследование функции) - 3 балла:

- 3 балла: полное исследование с определением промежутков монотонности и экстремумов
- 2 балла: исследование с незначительными ошибками
- 1 балл: частично верное решение
- 0 баллов: неверное решение

Задание 4 (профессиональная задача) - 3 балла:

- 3 балла: верно решена прикладная задача, дан содержательный ответ
- 2 балла: задача решена с вычислительными ошибками
- 1 балл: частично верное решение
- 0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

- «5» (отлично): 9-10 баллов
- «4» (хорошо): 7-8 баллов
- «3» (удовлетворительно): 5-6 баллов
- «2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм нахождения производной:

1. Определить тип функции (степенная, тригонометрическая, показательная и т.д.)
2. Применить соответствующее правило дифференцирования
3. Упростить полученное выражение

Алгоритм исследования функции:

1. Найти область определения
2. Найти производную
3. Найти критические точки
4. Определить знаки производной на промежутках

5. Сделать выводы о монотонности и экстремумах

Основные формулы для запоминания:

$$(x^n)' = n \times x^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = 1/x$$

$$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$$

$$(u/v)' = (u' \times v - u \times v')/v^2$$

Профессиональные приложения:

Расчет оптимальных параметров тренировок

Определение моментов наибольшей эффективности

Анализ скоростей физиологических процессов

Оптимизация спортивных результатов

Практическое занятие №11

Тема: Нахождение первообразных элементарных функций. Вычисление интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

Цель работы: Сформировать умения находить первообразные функций и вычислять определенные интегралы, применять интегральное исчисление для решения профессиональных задач.

Задачи:

Освоить понятие первообразной и неопределенного интеграла

Научиться находить первообразные элементарных функций

Освоить формулу Ньютона-Лейбница

Применить интегралы для расчета работы, пути и других физических величин

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Первообразная и неопределенный интеграл

Определение: Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на промежутке, если для любого x из этого промежутка выполняется:

$$F'(x) = f(x)$$

Неопределенный интеграл:

$$\int f(x) dx = F(x) + C, \text{ где } C - \text{ постоянная интегрирования}$$

2. Таблица основных интегралов

$$\int 0 dx = C$$

$$\int 1 dx = x + C$$

$$\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1) + C, n \neq -1$$

$$\int 1/x dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = a^x/\ln a + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int 1/\cos^2 x dx = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int 1/\sin^2 x dx = -\operatorname{ctg} x + C$$

3. Определенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница

$$\int_{[a;b]} f(x) dx = F(b) - F(a)$$

где $F(x)$ - первообразная для $f(x)$

4. Свойства интегралов

$$\int[a;b] f(x)dx = -\int[b;a] f(x)dx$$

$$\int[a;b] [f(x) + g(x)]dx = \int[a;b] f(x)dx + \int[a;b] g(x)dx$$

$$\int[a;b] k \cdot f(x)dx = k \cdot \int[a;b] f(x)dx$$

Практические задания

Задание 1. Расчет работы мышцы

Условие: Сила, развиваемая мышцей спортсмена, описывается функцией $F(x) = 2x + 3$ (Н), где x - перемещение в метрах. Найдите работу мышцы при перемещении от 0 до 5 метров.

Решение:

Шаг 1. Работа вычисляется по формуле:

$$A = \int[0;5] F(x)dx = \int[0;5] (2x + 3)dx$$

Шаг 2. Находим первообразную:

$$\int(2x + 3)dx = x^2 + 3x + C$$

Шаг 3. Применяем формулу Ньютона-Лейбница:

$$A = (x^2 + 3x)|[0;5] = (5^2 + 3 \times 5) - (0^2 + 3 \times 0) = (25 + 15) - 0 = 40 \text{ Дж}$$

Ответ: Работа мышцы составляет 40 Джоулей.

Задание 2. Расчет пути при переменной скорости

Условие: Скорость бегуна изменяется по закону $v(t) = 3t^2 - 2t + 1$ (м/с).

Найдите путь, пройденный за первые 4 секунды.

Решение:

Шаг 1. Путь вычисляется по формуле:

$$S = \int_{[0;4]} v(t)dt = \int_{[0;4]} (3t^2 - 2t + 1)dt$$

Шаг 2. Находим первообразную:

$$\int (3t^2 - 2t + 1)dt = t^3 - t^2 + t + C$$

Шаг 3. Применяем формулу Ньютона-Лейбница:

$$S = (t^3 - t^2 + t)|_{[0;4]} = (4^3 - 4^2 + 4) - (0^3 - 0^2 + 0) = (64 - 16 + 4) - 0 = 52 \text{ м}$$

Ответ: За 4 секунды бегун преодолеет 52 метра.

Задание 3. Расчет среднего значения функции

Условие: Интенсивность тренировки в течение дня описывается функцией $I(t) = t^2 - 4t + 6$, где t - время в часах ($0 \leq t \leq 6$). Найдите среднюю интенсивность тренировки.

Решение:

Шаг 1. Среднее значение функции на отрезке $[a;b]$:

$$I_{\text{ср}} = 1/(b-a) \cdot \int_{[a;b]} f(x)dx$$

Шаг 2. Вычисляем интеграл:

$$\begin{aligned} \int_{[0;6]} (t^2 - 4t + 6)dt &= (t^3/3 - 2t^2 + 6t)|_{[0;6]} \\ &= (216/3 - 2 \times 36 + 6 \times 6) - 0 = (72 - 72 + 36) = 36 \end{aligned}$$

Шаг 3. Находим среднее значение:

$$I_{\text{ср}} = 1/(6-0) \cdot 36 = 36/6 = 6$$

Ответ: Средняя интенсивность тренировки составляет 6 условных единиц.

Задание 4. Нахождение первообразных

Условие: Найдите все первообразные для функций:

а) $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$

б) $f(x) = 3e^x + 2/x$

в) $f(x) = 2\cos x - 3\sin x$

Решение:

а) $\int (4x^3 - 2x + 1)dx = 4 \cdot x^4/4 - 2 \cdot x^2/2 + x + C = x^4 - x^2 + x + C$

б) $\int (3e^x + 2/x)dx = 3e^x + 2\ln|x| + C$

в) $\int (2\cos x - 3\sin x)dx = 2\sin x - 3(-\cos x) + C = 2\sin x + 3\cos x + C$

Ответ:

а) $F(x) = x^4 - x^2 + x + C$

б) $F(x) = 3e^x + 2\ln|x| + C$

в) $F(x) = 2\sin x + 3\cos x + C$

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Найдите первообразную для функции: $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x - 1$

Задание 2. Вычислите интеграл: $\int_{[1;3]} (2x + 1)dx$

Задание 3. Вычислите интеграл: $\int_{[0;\pi]} \sin x \, dx$

Задание 4. Профессиональная задача: Мощность, развиваемая спортсменом, описывается функцией $P(t) = 3t^2 + 2t$ (Вт). Найдите работу за первые 3 секунды.

Вариант 2

Задание 1. Найдите первообразную для функции: $f(x) = 4x^3 + 2x - 5$

Задание 2. Вычислите интеграл: $\int_{[0;2]} (x^2 + 3x - 1)dx$

Задание 3. Вычислите интеграл: $\int_{[0;\pi/2]} \cos x \, dx$

Задание 4. Профессиональная задача: Скорость пловца $v(t) = 2t + 1$ (м/с). Найдите расстояние, проплытое за 5 секунд.

Вариант 3

Задание 1. Найдите первообразную для функции: $f(x) = 6x^5 - 4x^3 + 2$

Задание 2. Вычислите интеграл: $\int_{[1;4]} (3x^2 - 2x + 4)dx$

Задание 3. Вычислите интеграл: $\int_{[0;\pi]} (\sin x + \cos x)dx$

Задание 4. Профессиональная задача: Сила сопротивления воды $F(x) = 0.5x + 1$ (Н) действует на пловца. Найдите работу силы сопротивления на пути от 0 до 10 метров.

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (первообразная) - 2 балла:

2 балла: правильное нахождение первообразной с постоянной C

1 балл: решение с незначительными ошибками

0 баллов: неверное решение

Задание 2 (интеграл) - 2 балла:

2 балла: верное вычисление интеграла по формуле Ньютона-Лейбница

1 балл: решение с вычислительными ошибками

0 баллов: неверное решение

Задание 3 (интеграл) - 2 балла:

2 балла: правильное вычисление интеграла с тригонометрическими функциями

1 балл: решение с ошибками в знаках или пределах

0 баллов: неверное решение

Задание 4 (профессиональная задача) - 4 балла:

4 балла: верно составлена и решена прикладная задача

3 балла: задача решена с незначительными ошибками

2 балла: выбран верный метод, но есть ошибки в вычислениях

1 балл: частично верное решение

0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм нахождения первообразной:

1. Определить тип функции
2. Воспользоваться таблицей интегралов
3. Добавить постоянную интегрирования C
4. Проверить результат дифференцированием

Алгоритм вычисления определенного интеграла:

1. Найти первообразную F(x)
2. Вычислить F(b) - F(a)
3. Записать ответ

Основные формулы для запоминания:

$$\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1) + C$$

$$\int 1/x dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int [a;b] f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Профессиональные приложения:

Расчет механической работы

Определение пройденного пути

Вычисление средних значений

Расчет импульса силы

Определение центра масс

Проверка решения:

Производная от первообразной должна равняться подынтегральной функции

Результат должен иметь физический смысл

Единицы измерения должны соответствовать условию задачи

Практическое занятие №12

Тема: Решение прикладных задач с помощью систем линейных уравнений и графиков функций.

Цель работы: Сформировать умения составлять и решать системы линейных уравнений, а также использовать графики функций для решения прикладных задач профессиональной направленности в сфере физической культуры.

Задачи:

Освоить методы решения систем линейных уравнений (аналитический и графический)

Научиться переводить текстовые условия задач в математическую модель в виде системы уравнений

Научиться интерпретировать результаты решения систем в контексте задачи

Применять полученные знания для решения задач из области спортивного менеджмента, диетологии и планирования тренировок

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

Система линейных уравнений

Определение: Система двух линейных уравнений с двумя переменными имеет вид:

$$\{ a_1x + b_1y = c_1 \}$$

$$\{ a_2x + b_2y = c_2 \}$$

где x и y — переменные, $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ — числа.

Методы решения систем

Аналитические методы:

Метод подстановки: Выразить одну переменную через другую из одного уравнения и подставить в другое

Метод сложения: Умножить уравнения на такие числа, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными, а затем сложить уравнения

Графический метод:

Уравнение $a_1x + b_1y = c_1$ является уравнением прямой

Уравнение $a_2x + b_2y = c_2$ также является уравнением прямой

Решение системы — это координаты точки пересечения этих прямых (x_0 ; y_0)

Графическое решение уравнения $f(x) = g(x)$

Строим графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$

Корни уравнения — это абсциссы точек пересечения графиков

Практические задания

Задание 1. Планирование спортивного инвентаря

Условие: Для экипировки спортивной школы закупили мячи и скакалки.

Всего купили 50 предметов инвентаря. Мячей купили в 4 раза больше, чем скакалок. Сколько мячей и скакалок было куплено?

Решение:

Шаг 1. Составление математической модели.

Пусть x — количество скакалок, y — количество мячей.

По общему количеству: $x + y = 50$

По соотношению: $y = 4x$

Получаем систему уравнений:

$$\{ x + y = 50 \}$$

$$\{ y = 4x \}$$

Шаг 2. Решение системы методом подстановки.

Подставляем $y = 4x$ в первое уравнение:

$$x + 4x = 50$$

$$5x = 50$$

$$x = 10$$

Находим y : $y = 4 \times 10 = 40$

Шаг 3. Интерпретация результата.

$$x = 10, y = 40$$

Ответ: Было куплено 10 скакалок и 40 мячей.

Задание 2. Расчет питательной смеси для спортсменов

Условие: Тренер составляет белково-углеводную смесь для питания спортсменов. Первый продукт содержит 20% белка и 80% углеводов, второй — 40% белка и 60% углеводов. Сколько граммов каждого продукта нужно взять, чтобы получить 500 г смеси с содержанием 30% белка?

Решение:

Шаг 1. Составление математической модели.

Пусть x (г) — масса первого продукта, y (г) — масса второго продукта.

По общей массе: $x + y = 500$

По содержанию белка: $0,2x + 0,4y = 0,3 \times 500$

Получаем систему уравнений:

$$\{ x + y = 500 \}$$

$$\{ 0,2x + 0,4y = 150 \}$$

Шаг 2. Решение системы методом сложения.

Умножим первое уравнение на $(-0,2)$:

$$\{ -0,2x - 0,2y = -100 \}$$

$$\{ 0,2x + 0,4y = 150 \}$$

Складываем уравнения:

$$0,2y = 50$$

$$y = 250$$

Находим x : $x = 500 - 250 = 250$

Шаг 3. Интерпретация результата.

$$x = 250, y = 250$$

Ответ: Нужно взять по 250 г каждого продукта.

Задание 3. Графическое решение системы уравнений

Условие: Решите графически систему уравнений:

$$\{ y = 2x - 1 \}$$

$$\{ x + y = 5 \}$$

Решение:

Шаг 1. Построение графиков.

Для $y = 2x - 1$:

При $x = 0$: $y = -1 \rightarrow$ точка $(0; -1)$

При $x = 2$: $y = 3 \rightarrow$ точка $(2; 3)$

Проводим прямую через эти точки

Для $x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$:

При $x = 0$: $y = 5 \rightarrow$ точка $(0; 5)$

При $x = 5$: $y = 0 \rightarrow$ точка $(5; 0)$

Проводим прямую через эти точки

Шаг 2. Нахождение решения.

Прямые пересекаются в точке $(2; 3)$

Ответ: Решение системы $x = 2, y = 3$

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Решите систему уравнений аналитически:

$$\{ 2x + y = 7 \}$$

$$\{ x - y = 2 \}$$

Задание 2. Решите графически систему уравнений:

$$\{ y = x + 1 \}$$

$$\{ y = -2x + 4 \}$$

Задание 3. Профессиональная задача: В спортивной секции занимаются 35 человек. Мальчиков на 5 больше, чем девочек. Сколько мальчиков и девочек занимается в секции?

Вариант 2

Задание 1. Решите систему уравнений аналитически:

$$\{ 3x - y = 5 \}$$

$$\{ 2x + y = 10 \}$$

Задание 2. Решите графически систему уравнений:

$$\{ y = 0,5x + 2 \}$$

$$\{ y = -x + 5 \}$$

Задание 3. Профессиональная задача: Для подготовки к соревнованиям закупили спортивные костюмы и футболки всего на 30 предметов. Костюмов купили в 2 раза больше, чем футболок. Сколько костюмов и футболок было куплено?

Вариант 3

Задание 1. Решите систему уравнений аналитически:

$$\{ x + 2y = 8 \}$$

$$\{ 2x - y = 1 \}$$

Задание 2. Решите графически систему уравнений:

$$\{ y = 3x - 2 \}$$

$$\{ y = x + 2 \}$$

Задание 3. Профессиональная задача: Две команды подготовили для эстафеты 40 спортивных снарядов. Первая команда подготовила на 8 снарядов больше, чем вторая. Сколько снарядов подготовила каждая команда?

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (аналитическое решение) - 3 балла:

3 балла: система решена правильно, верно найден ответ

2 балла: выбран верный метод, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: частично верное решение

0 баллов: неверное решение

Задание 2 (графическое решение) - 3 балла:

3 балла: правильно построены графики, верно определено решение

2 балла: графики построены с неточностями, но решение определено верно

1 балл: построены только графики без определения решения

0 баллов: неверное построение графиков

Задание 3 (профессиональная задача) - 4 балла:

4 балла: верно составлена и решена математическая модель, дан полный ответ

3 балла: модель составлена верно, вычислительная ошибка

2 балла: выбран верный метод, но есть ошибки в составлении модели

1 балл: частично верное решение

0 баллов: неверное решение

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения систем уравнений:

Проанализировать систему и выбрать метод решения

Если выбран метод подстановки:

Выразить одну переменную через другую

Подставить в другое уравнение

Решить полученное уравнение

Если выбран метод сложения:

Умножить уравнения на подходящие числа

Сложить уравнения для исключения одной переменной

Решить полученное уравнение

Алгоритм графического решения:

Построить график первого уравнения

Построить график второго уравнения в той же системе координат

Найти координаты точек пересечения графиков

Записать ответ

Профессиональные приложения:

Планирование спортивного инвентаря

Расчет питания для спортсменов

Формирование спортивных команд

Распределение нагрузки в тренировочном процессе

Проверка решения:

Найденные значения должны удовлетворять обоим уравнениям системы

Ответ должен иметь смысл в контексте задачи (количество не может быть отрицательным)

Практическое занятие №13

Тема: Использование признаков делимости целых чисел и разложения числа на простые множители для решения профессионально ориентированных задач.

Цель работы: Сформировать умения применять признаки делимости и разложение чисел на простые множители для решения практических задач в области физической культуры и спорта.

Задачи:

Освоить признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Научиться раскладывать числа на простые множители.

Применять полученные знания для решения задач, связанных с формированием команд, распределением инвентаря и планированием тренировок.

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности.

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации.

ОК 03. Работать в коллективе и команде.

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий.

Теоретическая часть

Признаки делимости

На 2: Число делится на 2, если его последняя цифра чётная (0, 2, 4, 6, 8).

На 3: Число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3.

На 5: Число делится на 5, если его последняя цифра 0 или 5.

На 9: Число делится на 9, если сумма его цифр делится на 9.

На 10: Число делится на 10, если оно оканчивается на 0.

Разложение числа на простые множители

Алгоритм:

Разделить число на наименьший простой делитель.

Записать результат деления.

Повторять шаги 1–2 для результата, пока не получится 1.

Пример:

Разложить число 84 на простые множители:

$$84 : 2 = 42$$

$$42 : 2 = 21$$

$$21 : 3 = 7$$

$$7 : 7 = 1$$

Результат: $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.

Практические задания

Задание 1. Формирование команд

Условие: В спортивной секции занимаются 48 человек. Тренер хочет разделить их на равные команды. Какое максимальное количество команд можно сформировать, чтобы в каждой команде было больше 5 человек?

Решение:

Находим делители числа 48:

Делители 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

Выбираем делители больше 5:

6, 8, 12, 16, 24, 48.

Выбираем максимальное количество команд:

Максимальное количество команд — 8 (по 6 человек в каждой).

Ответ: 8 команд.

Задание 2. Распределение инвентаря

Условие: В спортивном зале есть 75 мячей. Их нужно разложить в несколько корзин так, чтобы в каждой корзине было одинаковое количество мячей, больше 10. Сколько корзин потребуется?

Решение:

Разложим 75 на простые множители:

$$75 = 3 \times 5^2.$$

Находим делители числа 75:

Делители 75: 1, 3, 5, 15, 25, 75.

Выбираем делители больше 10:

15, 25, 75.

Определяем количество корзин:

Если в корзине 15 мячей, то корзин: $75 : 15 = 5$.

Если в корзине 25 мячей, то корзин: $75 : 25 = 3$.

Если в корзине 75 мячей, то корзин: $75 : 75 = 1$.

Ответ: 5 корзин (по 15 мячей).

Задание 3. Планирование тренировок

Условие: Тренер составляет график тренировок. Занятия проходят через день. Если первая тренировка была 1 сентября, то сколько тренировок будет в сентябре, если тренировки не проводятся по воскресеньям?

Решение:

Количество дней в сентябре: 30.

Определяем дни тренировок:

Тренировки через день: 1, 3, 5, ..., 29 сентября.

Исключаем воскресенья:

Воскресенья в сентябре: 3, 10, 17, 24.

Вычитаем воскресенья из дней тренировок:

Всего дней тренировок: 15 (нечётные числа от 1 до 29).

Исключаем 4 воскресенья: $15 - 4 = 11$.

Ответ: 11 тренировок.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Разложите на простые множители число 90.

Задание 2. Используя признаки делимости, определите, делится ли число 252 на 2, 3, 5, 9, 10.

Задание 3. Профессиональная задача: В соревнованиях участвуют 60 спортсменов. Их нужно разделить на равные группы. Какое максимальное количество групп может быть, если в каждой группе должно быть не менее 6 человек?

Вариант 2

Задание 1. Разложите на простые множители число 84.

Задание 2. Используя признаки делимости, определите, делится ли число 315 на 2, 3, 5, 9, 10.

Задание 3. Профессиональная задача: Для эстафеты нужно раздать 96 предметов инвентаря поровну между командами. Сколько команд может быть, если каждой команде должно достаться больше 8 предметов?

Вариант 3

Задание 1. Разложите на простые множители число 120.

Задание 2. Используя признаки делимости, определите, делится ли число 441 на 2, 3, 5, 9, 10.

Задание 3. Профессиональная задача: В спортивном лагере 72 человека. Их расселяют в комнаты по несколько человек. Сколько человек может быть в каждой комнате, если комнат должно быть больше 5?

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (разложение на множители) - 3 балла:

3 балла: число разложено правильно, все множители простые.

2 балла: допущена одна ошибка в разложении.

1 балл: разложение выполнено частично.

0 баллов: неверное решение.

Задание 2 (признаки делимости) - 3 балла:

3 балла: все признаки проверены верно.

2 балла: допущена одна ошибка.

1 балл: верно проверены только 2–3 признака.

0 баллов: неверное решение.

Задание 3 (профессиональная задача) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, дан развернутый ответ.

3 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка.

2 балла: выбран верный метод, но есть ошибки в логике.

1 балл: решена только часть задачи.

0 баллов: неверное решение.

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9–10 баллов.

«4» (хорошо): 7–8 баллов.

«3» (удовлетворительно): 5–6 баллов.

«2» (неудовлетворительно): 0–4 балла.

Рекомендации для студентов

Алгоритм разложения на простые множители:

Начните с наименьшего простого числа (2).

Если число делится на это простое число, запишите его и разделите число.

Повторяйте шаги 1–2 для результата деления, пока не получите 1.

Как применять признаки делимости:

Проверяйте последнюю цифру для делимости на 2, 5, 10.

Суммируйте цифры числа для проверки делимости на 3 и 9.

Профессиональные приложения:

Формирование команд и групп.

Распределение инвентаря и ресурсов.

Планирование тренировок и соревнований.

Проверка решения:

Убедитесь, что все множители в разложении являются простыми числами.

Проверьте, что ответ имеет смысл в контексте задачи (например, количество людей не может быть дробным).

Практическое занятие №14

Тема: Изображение пространственных фигур и построение сечений.

Цель работы: Сформировать умения изображения многогранников, построения сечений и применения методов стереометрии для решения профессионально ориентированных задач.

Задачи:

Освоить правила изображения прямой, плоскости, куба и пирамиды.

Научиться находить ошибки в неверных изображениях.

Освоить метод следов для построения сечений.

Применять подобие при решении задач на построение сечений.

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности.

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации.

ОК 03. Работать в коллективе и команде.

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий.

Теоретическая часть

Правила изображения пространственных фигур

Прямая изображается линией с соблюдением перспективы.

Плоскость представляется в виде параллелограмма.

Куб изображается с учетом параллельности ребер и сокращения размеров удаленных граней.

Пирамида строится с правильным основанием и вершиной, проектирующей в центр основания.

Метод следов для построения сечений

Алгоритм построения:

Найти точку пересечения секущей плоскости с ребром многогранника (след).

Построить линию пересечения секущей плоскости с гранью многогранника.

Продолжить построение до замыкания сечения.

Использование подобия

Если секущая плоскость параллельна основанию пирамиды, то сечение подобно основанию.

Коэффициент подобия равен отношению расстояний от вершины до сечения и от вершины до основания.

Практические задания

Задание 1. Анализ изображения куба

Условие: Найдите ошибки в изображении куба (рис. 1).

Решение:

Проверяем параллельность противоположных ребер – задние грани не параллельны передним.

Проверяем пропорции – уменьшение удаленных граней нарушено.

Проверяем углы – углы между ребрами не соответствуют правильному изображению.

Ответ: Нарушены правила параллельности и перспективы.

Задание 2. Построение сечения пирамиды

Условие: В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ постройте сечение через точку M на ребре SA параллельно основанию.

Решение:

Шаг 1. Через точку M проводим прямую, параллельную AB .

Шаг 2. Находим точки пересечения с ребрами SB , SC , SD .

Шаг 3. Соединяем полученные точки – получаем сечение $MNPQ$, подобное основанию $ABCD$.

Ответ: Сечение $MNPQ$ – квадрат, подобный основанию.

Задание 3. Профессиональная задача

Условие: Спортивный снаряд имеет форму правильной пирамиды.

Необходимо определить форму сечения при горизонтальном разрезе на высоте $\frac{2}{3}$ от основания.

Решение:

Применяем свойство подобия – сечение параллельно основанию.

Коэффициент подобия $k = \frac{2}{3}$.

Форма сечения – подобна основанию, уменьшенная в $\frac{2}{3}$ раза.

Ответ: Сечение – правильный многоугольник, подобный основанию с коэффициентом $\frac{2}{3}$.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Найдите не менее 3 ошибок в изображении пирамиды (рис. 2).

Задание 2. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через середины трех смежных ребер.

Задание 3. Профессиональная задача: Тренажер имеет форму куба.

Постройте сечение, проходящее через диагонали трех граней.

Вариант 2

Задание 1. Найдите не менее 3 ошибок в изображении куба (рис. 3).

Задание 2. Постройте сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых ребер.

Задание 3. Профессиональная задача: Основание спортивного сооружения – правильный шестиугольник. Постройте сечение на высоте $\frac{1}{2}$ от основания.

Вариант 3

Задание 1. Найдите не менее 3 ошибок в изображении параллелепипеда (рис. 4).

Задание 2. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через диагональ основания и середину противоположного бокового ребра.

Задание 3. Профессиональная задача: Бассейн имеет форму правильной четырехугольной пирамиды. Определите форму сечения на глубине $\frac{1}{4}$ от поверхности.

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (анализ изображения) - 3 балла:

3 балла: найдены все ошибки, дано полное объяснение.

2 балла: найдены 2 ошибки с объяснением.

1 балл: найдена 1 ошибка без объяснения.

0 баллов: ошибки не найдены.

Задание 2 (построение сечения) - 4 балла:

4 балла: построение выполнено верно, все шаги обоснованы.

3 балла: построение верное, но отсутствуют некоторые обоснования.

2 балла: сечение построено с ошибками.

1 балл: выполнена только часть построения.

0 баллов: построение неверное.

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией.

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь.

1 балл: решена только часть задачи.

0 баллов: решение неверное.

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9–10 баллов.

«4» (хорошо): 7–8 баллов.

«3» (удовлетворительно): 5–6 баллов.

«2» (неудовлетворительно): 0–4 балла.

Рекомендации для студентов

Алгоритм построения сечения методом следов:

Определить точки пересечения секущей плоскости с ребрами.

Соединить точки, лежащие в одной грани.

Проверить видимость линий сечения.

Правила изображения фигур:

Соблюдать параллельность соответствующих ребер.

Учитывать перспективное сокращение.

Проверять пропорции фигуры.

Профессиональные приложения:

Проектирование спортивных сооружений.

Создание тренажеров и оборудования.

Расчет конструктивных элементов.

Типичные ошибки:

Нарушение параллельности линий.

Неправильное перспективное сокращение.

Несоблюдение пропорций фигур.

Практическое занятие №15

Тема: Решение практических задач на построение сечений многогранников (профессионально ориентированное содержание).

Цель работы: Сформировать умения строить сечения многогранников различными методами и применять эти навыки для решения профессиональных задач в области физической культуры и спорта.

Задачи:

Закрепить методы построения сечений (метод следов, метод внутреннего проектирования).

Научиться определять форму и параметры сечений спортивных объектов.

Применять знания о сечениях для расчета конструкций тренажеров и спортивных сооружений.

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности.

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации.

ОК 03. Работать в коллективе и команде.

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий.

Теоретическая часть

Основные методы построения сечений

Метод следов:

Найти точки пересечения секущей плоскости с ребрами многогранника.

Соединить точки, лежащие в одной грани.

Определить видимые и невидимые линии сечения.

Метод внутреннего проектирования:

Выбрать точку внутри многогранника.

Спроектировать точки сечения на грани из выбранной точки.

Построить сечения на каждой грани.

Типы сечений в профессиональной деятельности

Горизонтальные - для расчета уровней в бассейнах

Вертикальные - для проектирования стен сооружений

Наклонные - для создания эргономичных поверхностей тренажеров

Практические задания

Задание 1. Сечение гимнастического бруса

Условие: Гимнастический брус имеет форму правильной шестиугольной призмы. Постройте сечение плоскостью, проходящей через три боковых ребра, не принадлежащих одной грани.

Решение:

Шаг 1. Отмечаем точки на трех несмежных боковых ребрах.

Шаг 2. Соединяем точки последовательно.

Шаг 3. Определяем форму сечения - треугольник.

Ответ: Сечение представляет собой равносторонний треугольник.

Задание 2. Расчет площади сечения бассейна

Условие: Бассейн имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Постройте сечение плоскостью, проходящей через середины четырех боковых ребер, и вычислите его площадь, если размеры бассейна $10 \times 5 \times 3$ м.

Решение:

Шаг 1. Строим сечение через середины боковых ребер.

Шаг 2. Определяем форму сечения - ромб с диагоналями 10 м и 5 м.

Шаг 3. Вычисляем площадь: $S = (10 \times 5)/2 = 25 \text{ м}^2$.

Ответ: Площадь сечения составляет 25 м^2 .

Задание 3. Проектирование скамьи для пресса

Условие: Скамья для пресса имеет форму треугольной призмы. Постройте сечение плоскостью, параллельной основанию и делящей высоту в отношении 1:2 от вершины.

Решение:

Шаг 1. Определяем коэффициент подобия: $k = 1/3$.

Шаг 2. Строим сечение, подобное основанию.

Шаг 3. Вычисляем размеры сечения.

Ответ: Сечение - треугольник, подобный основанию с коэффициентом $1/3$.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через диагонали трех смежных граней.

Задание 2. Определите форму сечения правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, параллельной основанию и проходящей через середину высоты.

Задание 3. Профессиональная задача: Тренажер имеет форму шестиугольной призмы. Постройте сечение плоскостью, проходящей через центры трех попарно параллельных граней.

Вариант 2

Задание 1. Постройте сечение треугольной призмы плоскостью, проходящей через середины двух боковых ребер и точку на третьем ребре.

Задание 2. Определите форму сечения куба плоскостью, проходящей через диагональ основания и середину противоположного бокового ребра.

Задание 3. Профессиональная задача: Спортивный снаряд имеет форму правильной пирамиды. Постройте сечение на высоте, равной $2/3$ от общей высоты.

Вариант 3

Задание 1. Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда плоскостью, проходящей через диагонали двух противоположных граней.

Задание 2. Определите форму сечения правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через вершину и середины двух сторон основания.

Задание 3. Профессиональная задача: Батут имеет форму восьмиугольной призмы. Постройте сечение плоскостью, проходящей через четыре боковых ребра.

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (построение сечения) - 4 балла:

4 балла: построение выполнено верно, все линии обоснованы

3 балла: построение в основном верное, небольшие неточности

2 балла: выполнена только часть построения

1 балл: построение содержит грубые ошибки

0 баллов: сечение не построено

Задание 2 (определение формы) - 3 балла:

3 балла: форма определена верно, дано полное обоснование

2 балла: форма определена верно, но обоснование неполное

1 балл: форма определена неверно

0 баллов: ответ отсутствует

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм построения сложных сечений:

Внимательно проанализировать условие задачи

Выбрать оптимальный метод построения

Поэтапно выполнять построение

Проверить правильность полученного сечения

Профессиональные приложения:

Расчет прочности спортивных сооружений

Проектирование эргономичных тренажеров

Создание оптимальных форм спортивного инвентаря

Типичные ошибки:

Нарушение последовательности построения

Неправильное определение видимости линий

Неучет свойств параллельности и подобия

Проверка решения:

Все точки сечения должны принадлежать секущей плоскости

Линии сечения должны лежать в гранях многогранника

Форма сечения должна соответствовать условию задачи

Практическое занятие №16

Тема: Решение задач на вычисления, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости, с использованием планиметрических фактов и методов.

Цель работы: Сформировать умения применять свойства перпендикулярности прямой и плоскости, теорему Пифагора и свойства прямоугольных треугольников для решения профессиональных задач в области физической культуры.

Задачи:

Закрепить понятие перпендикулярности прямой и плоскости.

Научиться применять теорему Пифагора в пространственных задачах.

Использовать свойства прямоугольных треугольников при расчетах спортивных сооружений.

Развивать пространственное мышление для решения профессиональных задач.

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности.

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации.

ОК 03. Работать в коллективе и команде.

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий.

Теоретическая часть

Основные понятия и теоремы

Перпендикулярность прямой и плоскости:

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости.

Теорема Пифагора в пространстве:

В прямоугольном параллелепипеде квадрат длины диагонали равен сумме квадратов трех его измерений:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Свойства прямоугольных треугольников:

Катет, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы.

Медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

Практические задания

Задание 1. Расчет высоты волейбольной стойки

Условие: Трос для крепления волейбольной стойки длиной 5 м закреплен на земле в 3 м от основания стойки. Найдите высоту стойки, если трос натянут и закреплен на ее вершине.

Решение:

Шаг 1. Составляем прямоугольный треугольник:

Гипотенуза (трос) = 5 м

Катет (расстояние на земле) = 3 м

Катет (высота стойки) = h

Шаг 2. Применяем теорему Пифагора:

$$h^2 + 3^2 = 5^2$$

$$h^2 + 9 = 25$$

$$h^2 = 16$$

$$h = 4 \text{ м}$$

Ответ: Высота волейбольной стойки составляет 4 метра.

Задание 2. Расчет длины растяжки для гимнастического оборудования

Условие: Для крепления гимнастического кольца используются две растяжки. Они закреплены на полу в 2 м от основания стойки с разных сторон. Высота крепления 3 м. Найдите длину каждой растяжки.

Решение:

Шаг 1. Рассматриваем прямоугольный треугольник:

Вертикальный катет (высота) = 3 м

Горизонтальный катет = 2 м

Гипотенуза (растяжка) = L

Шаг 2. Применяем теорему Пифагора:

$$L^2 = 3^2 + 2^2$$

$$L^2 = 9 + 4$$

$$L^2 = 13$$

$$L = \sqrt{13} \approx 3,6 \text{ м}$$

Ответ: Длина каждой растяжки составляет approximately 3,6 метра.

Задание 3. Проектирование баскетбольной площадки

Условие: Баскетбольный щит имеет размеры $1,8 \times 1,05$ м. Он закреплен на стойке так, что его нижний край находится на высоте 2,9 м. Найдите расстояние от точки крепления щита к стойке до верхнего угла щита, если щит перпендикулярен полу.

Решение:

Шаг 1. Определяем высоту верхнего угла щита:

$$2,9 + 1,05 = 3,95 \text{ м}$$

Шаг 2. Рассматриваем прямоугольный треугольник:

Вертикальный катет = 3,95 м

Горизонтальный катет = 0,9 м (половина ширины щита)

Гипотенуза (расстояние) = L

Шаг 3. Применяем теорему Пифагора:

$$L^2 = 3,95^2 + 0,9^2$$

$$L^2 = 15,6025 + 0,81$$

$$L^2 = 16,4125$$

$$L \approx 4,05 \text{ м}$$

Ответ: Расстояние от точки крепления до верхнего угла щита составляет approximately 4,05 метра.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Лестница длиной 6 м прислонена к стене. Нижний конец лестницы находится на расстоянии 2 м от стены. На какой высоте находится верхний конец лестницы?

Задание 2. Гимнастическое бревно закреплено на двух опорах высотой 1,2 м. Расстояние между опорами 5 м. Найдите длину бревна.

Задание 3. Профессиональная задача: Для крепления боксерской груши используется трос длиной 4 м. Груза находится на расстоянии 3 м от точки крепления троса на потолке. Найдите высоту подвеса груши.

Вариант 2

Задание 1. Флагшток высотой 8 м укреплен растяжкой, которая закреплена на земле в 6 м от основания. Найдите длину растяжки.

Задание 2. Тренажер имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами $2 \times 1,5 \times 1$ м. Найдите длину диагонали тренажера.

Задание 3. Профессиональная задача: Баскетболист бросает мяч с расстояния 6 м от кольца. Высота кольца 3,05 м. Найдите минимальную длину траектории мяча от руки до кольца (считать руку на высоте 2 м).

Вариант 3

Задание 1. Лестница длиной 5 м образует с землей угол 60° . На какой высоте находится верхний конец лестницы?

Задание 2. Спортивный снаряд имеет форму куба с ребром 0,8 м. Найдите расстояние между двумя противоположными вершинами снаряда.

Задание 3. Профессиональная задача: Волейбольная сетка имеет высоту 2,43 м для мужчин и 2,24 м для женщин. На каком расстоянии от сетки должен находиться игрок, чтобы видеть верхний край сетки под углом 45° ? (Рост игрока не учитывать)

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (прямое применение теоремы Пифагора) - 3 балла:

3 балла: задача решена верно, все вычисления правильные

2 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: выбран верный метод, но решение не завершено

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (применение свойств прямоугольных треугольников) - 3 балла:

3 балла: правильно применены свойства, дан верный ответ

2 балла: свойства применены верно, но есть неточности в вычислениях

1 балл: частично верное решение

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

3 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

2 балла: выбран верный метод, но есть ошибки в решении

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения задач:

Внимательно прочитать условие задачи и сделать чертеж.

Выделить прямоугольный треугольник или призму.

Записать теорему Пифагора или нужное свойство.

Решить уравнение и найти искомую величину.

Проверить результат на соответствие условию.

Профессиональные приложения:

Расчет высоты установки спортивного оборудования

Определение длины тросов и растяжек

Проектирование спортивных сооружений

Расчет траекторий мячей

Типичные ошибки:

Неправильное выделение прямоугольного треугольника

Ошибки в применении теоремы Пифагора

Неучет единиц измерения

Неправильная интерпретация результата

Проверка решения:

Результат должен быть положительным числом

Длина не может быть меньше других измерений

Ответ должен соответствовать реальным размерам спортивных объектов

Практическое занятие №17

Тема: Решение задач с использованием основных теорем и методов планиметрии (профессионально ориентированное содержание).

Цель работы: Сформировать умения применять теоремы и методы планиметрии для решения профессиональных задач в области физической культуры и спорта.

Задачи:

Закрепить знание основных теорем планиметрии.

Научиться применять подобие треугольников в расчетах спортивных объектов.

Использовать свойства окружности при проектировании спортивных сооружений.

Развивать умение решать практические задачи с геометрическим содержанием.

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности.

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации.

ОК 03. Работать в коллективе и команде.

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий.

Теоретическая часть

Основные теоремы планиметрии

Теорема Пифагора:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Теорема косинусов:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

Теорема синусов:

$$a/\sin(\alpha) = b/\sin(\beta) = c/\sin(\gamma) = 2R$$

Свойства подобных треугольников:

Соответственные углы равны

Соответственные стороны пропорциональны

Методы решения задач

Метод подобия треугольников

Метод координат

Использование свойств окружности

Применение тригонометрических функций

Практические задания

Задание 1. Расчет зоны подачи в волейболе

Условие: Волейбольная площадка имеет размеры 18×9 м. Зона подачи находится за лицевой линией. Игрок выполняет подачу из точки, расположенной на 3 м behind лицевой линии и на 2 м от боковой линии. Найдите расстояние от игрока до противоположного угла площадки.

Решение:

Шаг 1. Создаем прямоугольный треугольник:

- Горизонтальный катет: $18 + 3 = 21$ м
- Вертикальный катет: $9 - 2 = 7$ м
- Гипотенуза (расстояние) = L

Шаг 2. Применяем теорему Пифагора:

$$L^2 = 21^2 + 7^2$$

$$L^2 = 441 + 49$$

$$L^2 = 490$$

$$L = \sqrt{490} \approx 22,14 \text{ м}$$

Ответ: Расстояние от игрока до противоположного угла площадки составляет 22,14 метра.

Задание 2 Проектирование беговой дорожки

Условие: Беговая дорожка стадиона состоит из двух прямых участков по 100 м каждый и двух полукруглых участков. Найдите длину всей дорожки, если диаметр полукругов равен 70 м.

Решение:

Шаг 1. Находим длину двух прямых участков: $2 \times 100 = 200 \text{ м}$

Шаг 2. Находим длину двух полукругов (одна окружность): $C = \pi \times d = 3,14 \times 70 \approx 219,8 \text{ м}$

Шаг 3. Суммируем длину: $200 + 219,8 = 419,8 \text{ м}$

Ответ: Длина беговой дорожки составляет 419,8 метра.

Задание 3. Расчет угла броска в баскетболе

Условие: Баскетболист ростом 2 м бросает мяч с расстояния 6 м от кольца. Высота кольца 3,05 м. Рука с мячом находится на высоте 2,5 м. Найдите угол, под которым должен быть брошен мяч, чтобы попасть в кольцо по прямой траектории.

Решение:

Шаг 1. Определяем прямоугольный треугольник:

- Противолежащий катет: $3,05 - 2,5 = 0,55 \text{ м}$
- Прилежащий катет: 6 м
- Тангенс угла: $\text{tg}(\alpha) = 0,55/6 \approx 0,0917$

Шаг 2. Находим угол: $\alpha = \text{arctg}(0,0917) \approx 5,24^\circ$

Ответ: Мяч должен быть брошен под углом $5,24^\circ$ к горизонту.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Футбольные ворота имеют размеры $7,32 \times 2,44$ м. Найдите расстояние от углового флажка до противоположного угла ворот.

Задание 2. Бассейн имеет форму прямоугольника 50×25 м. Найдите длину диагонали бассейна.

Задание 3. Профессиональная задача: Теннисный корт имеет размеры $23,77 \times 10,97$ м. Игрок находится в 2 м от сетки по центру корта. Найдите расстояние от игрока до дальнего угла корта.

Вариант 2

Задание 1. Спортивный зал имеет размеры 42×24 м. Найдите расстояние между противоположными углами зала.

Задание 2. Волейбольная сетка имеет высоту 2,43 м. Игрок высотой 1,95 м касается мяча на высоте 2,30 м. На каком расстоянии от сетки должен находиться игрок, чтобы перебить мяч на 0,5 м выше сетки?

Задание 3. Профессиональная задача: Баскетбольная площадка 28×15 м. Игрок делает бросок из точки на расстоянии 8 м от кольца и 4 м от боковой линии. Найдите расстояние до кольца.

Вариант 3

Задание 1. Гимнастический ковер имеет размеры 12×12 м. Найдите расстояние от центра ковра до его угла.

Задание 2. Беговая дорожка стадиона имеет длину 400 м и состоит из двух прямых участков и двух поворотов. Если прямые участки по 100 м, найдите радиус поворотов.

Задание 3. Профессиональная задача: Футболист выполняет штрафной удар с расстояния 25 м от ворот. Ширина ворот 7,32 м. Найдите угол, под которым должен быть выполнен удар, чтобы мяч попал в дальнюю штангу.

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (применение теоремы Пифагора) - 3 балла:

3 балла: задача решена верно, все вычисления правильные

2 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: выбран верный метод, но решение не завершено

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (расчеты с окружностями и дугами) - 3 балла:

3 балла: правильно применены формулы, дан верный ответ

2 балла: формулы применены верно, но есть неточности в вычислениях

1 балл: частично верное решение

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (комплексная профессиональная задача) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

3 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

2 балла: выбран верный метод, но есть ошибки в решении

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения планиметрических задач:

Внимательно прочитать условие и выделить известные величины

Сделать чертеж с обозначением всех данных

Выбрать теорему или метод решения

Составить уравнение или систему уравнений

Решить и проверить результат на адекватность

Профессиональные приложения:

Расчет размеров спортивных сооружений

Определение траекторий движения мячей

Проектирование разметки игровых площадок

Расчет оптимальных углов бросков и ударов

Типичные ошибки:

Неправильное построение чертежа

Ошибки в применении теорем

Неучет реальных размеров спортивных объектов

Неправильная интерпретация результата

Полезные формулы для запоминания:

Длина окружности: $C = 2\pi R = \pi d$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Тригонометрические функции в прямоугольном треугольнике

Формулы для расчета площадей основных фигур

Проверка решения:

Результат должен соответствовать реальным размерам

Все вычисления должны быть проверены

Ответ должен иметь физический смысл в контексте задачи

Практическое занятие №18

Тема: Решение задач на вычисление, связанные с пирамидами, задачи на построение сечений.

Цель работы: Сформировать умения решать задачи на вычисление элементов пирамиды и строить сечения пирамид различными методами.

Задачи:

Научиться вычислять объем и площадь поверхности пирамиды

Освоить методы построения сечений пирамиды

Применять свойства подобных фигур при решении задач

Развивать пространственное мышление

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

Основные элементы пирамиды

Основание - многоугольник

Боковые грани - треугольники

Высота (h) - перпендикуляр из вершины к основанию

Апофема (l) - высота боковой грани

Формулы для вычислений

Объем пирамиды: $V = (1/3) \cdot S_{\text{осн}} \cdot h$

Площадь полной поверхности: $S_{\text{полн}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды: $S_{\text{бок}} = (1/2) \cdot P_{\text{осн}} \cdot l$

Методы построения сечений

Метод следов

Метод внутреннего проектирования

Метод параллельных прямых

Практические задания

Задание 1. Вычисление объема спортивного сооружения

Условие: Спортивная палатка имеет форму правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 6 м и высотой 4 м. Найдите объем палатки.

Решение:

Шаг 1. Находим площадь основания: $S_{\text{осн}} = a^2 = 6^2 = 36 \text{ м}^2$

Шаг 2. Вычисляем объем $= (1/3) \cdot S_{\text{осн}} \cdot h = (1/3) \cdot 36 \cdot 4 = 48 \text{ м}^3$

Ответ: Объем палатки составляет 48 м^3 .

Задание 2. Расчет площади покрытия

Условие: Крыша спортивного павильона имеет форму правильной треугольной пирамиды со стороной основания 8 м и апофемой 5 м. Найдите площадь кровельного материала.

Решение:

Шаг 1. Находим периметр основания: $P = 3 \cdot a = 3 \cdot 8 = 24$ м

Шаг 2. Вычисляем площадь боковой поверхности: $S_{бок} = (1/2) \cdot P \cdot l = (1/2) \cdot 24 \cdot 5 = 60$ м²

Ответ: Площадь кровельного материала составляет 60 м².

Задание 3. Построение сечения пирамиды

Условие: В правильной четырехугольной пирамиде SABCD постройте сечение плоскостью, проходящей через середины ребер SA, SB и SC.

Решение:

Шаг 1. Обозначаем точки:

M - середина SA

N - середина SB

P - середина SC

Шаг 2. Строим сечение:

Соединяем точки M, N, P

Продлеваем NP до пересечения с BC

Соединяем полученные точки

Ответ: Сечение MNPL - четырехугольник.

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Найдите объем правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 10 см.

Задание 2. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через вершину и середины двух смежных сторон основания.

Задание 3. Профессиональная задача: Спортивный инвентарь имеет форму пирамиды с квадратным основанием. Сторона основания 2 м, высота 3 м. Найдите площадь боковой поверхности.

Вариант 2

Задание 1. Найдите площадь полной поверхности правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 8 дм и апофемой 6 дм.

Задание 2. Постройте сечение треугольной пирамиды плоскостью, параллельной основанию и делящей высоту в отношении 1:2 от вершины.

Задание 3. Профессиональная задача: Декоративная конструкция на стадионе имеет форму пирамиды. Объем конструкции 64 м^3 , площадь основания 16 м^2 . Найдите высоту пирамиды.

Вариант 3

Задание 1. Найдите апофему правильной шестиугольной пирамиды, если сторона основания 4 см, а высота 8 см.

Задание 2. Постройте сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ основания и середину бокового ребра.

Задание 3. Профессиональная задача: Основание вышки для прыжков в воду имеет форму квадрата со стороной 5 м. Боковые грани - равнобедренные треугольники высотой 6 м. Найдите общую площадь поверхности вышки.

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (вычисления) - 3 балла:

3 балла: все вычисления верные, ответ правильный

2 балла: ход решения верный, вычислительная ошибка

1 балл: применены не все формулы

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (построение сечения) - 4 балла:

4 балла: построение выполнено верно, все шаги обоснованы

3 балла: построение верное, но отсутствуют некоторые обоснования

2 балла: сечение построено с ошибками

1 балл: выполнена только часть построения

0 баллов: построение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм вычисления объема и площади:

Определить тип пирамиды (правильная/неправильная)

Найти площадь основания

Найти высоту или апофему

Применить соответствующие формулы

Методы построения сечений:

Метод следов: найти точки пересечения секущей плоскости с ребрами

Метод параллельности: использовать свойства параллельных прямых и плоскостей

Метод подобия: при сечениях, параллельных основанию

Типичные ошибки:

Путаница между высотой пирамиды и апофемой

Неправильное применение формул

Ошибки в построении сечений

Неучет свойств правильной пирамиды

Проверка решения:

Объем не может быть отрицательным

Площадь должна быть положительной

Сечение должно быть замкнутой фигурой

Все точки сечения должны лежать в гранях пирамиды

Полезные советы:

Внимательно читайте условие задачи

Делайте аккуратные чертежи

Проверяйте промежуточные вычисления

Сравнивайте полученный ответ с реальными размерами

Практическое занятие №19

Тема: Построение сечений в многограннике. Вычисление расстояний и углов в пространстве.

Цель работы: Сформировать умения строить сечения многогранников и вычислять расстояния и углы между геометрическими объектами в пространстве для решения профессиональных задач.

Задачи:

Освоить методы построения сечений многогранников

Научиться вычислять расстояния между точками, от точки до прямой и плоскости

Научиться вычислять углы между прямыми и плоскостями

Применять полученные знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Методы построения сечений

- Метод следов
- Метод внутреннего проектирования

- Метод параллельных прямых

2. Формулы для вычисления расстояний

Расстояние между двумя точками: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Расстояние от точки до плоскости:

$$d = |Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D| / \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

Расстояние между скрещивающимися прямыми равно длине их общего перпендикуляра

3. Формулы для вычисления углов

Угол между прямой и плоскостью:

$$\sin \varphi = |A \cdot l + B \cdot m + C \cdot n| / \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$$

Угол между плоскостями:

$$\cos \theta = |A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2| / \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}$$

Практические задания

Задание 1. Построение сечения куба

Условие: В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ постройте сечение плоскостью, проходящей через точки M, N, P , где M - середина ребра AA_1 , N - середина ребра BC , P - центр грани $CC_1 D_1 D$

Решение:

Шаг 1. Находим точку P - пересечение диагоналей грани $CC_1 D_1 D$

Шаг 2. Соединяем точки M и N , продлеваем до пересечения с продолжениями ребер

Шаг 3. Соединяем полученные точки с точкой P

Шаг 4. Замыкаем сечение

Ответ: Полученное сечение - пятиугольник

Задание 2. Расчет расстояния между спортивными снарядами

Условие: В спортивном зале установлены два тренажера в точках $A(2,3,1)$ и $B(5,7,4)$. Найдите расстояние между ними.

Решение:

Шаг 1. Применяем формулу расстояния между точками:

$$d = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2 + (4-1)^2}$$

$$d = \sqrt{3^2 + 4^2 + 3^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 16 + 9}$$

$$d = \sqrt{34} \approx 5,83 \text{ м}$$

Ответ: Расстояние между тренажерами составляет 5,83 метра

Задание 3. Расчет угла наклона беговой дорожки

Условие: Беговая дорожка установлена под углом к горизонтальной плоскости. Направляющий вектор дорожки $l(2,1,3)$, вектор нормали горизонтальной плоскости $n(0,0,1)$. Найдите угол наклона дорожки.

Решение:

Шаг 1. Находим угол между прямой и плоскостью:

$$\sin \varphi = |0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3| / \sqrt{(0^2 + 0^2 + 1^2)} \cdot \sqrt{(2^2 + 1^2 + 3^2)}$$

$$\sin \varphi = |3| / \sqrt{1} \cdot \sqrt{(4 + 1 + 9)}$$

$$\sin \varphi = 3 / \sqrt{14} \approx 0,8018$$

Шаг 2. Находим угол:

$$\varphi = \arcsin(0,8018) \approx 53,3^\circ$$

Ответ: Угол наклона беговой дорожки составляет у $53,3^\circ$

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. В кубе со стороной 6 см постройте сечение плоскостью, проходящей через середины трех ребер, выходящих из одной вершины

Задание 2. Найдите расстояние от точки $K(1,2,3)$ до плоскости $2x - y + 3z - 6 = 0$

Задание 3. Профессиональная задача: Два гимнастических кольца подвешены в точках $A(0,0,4)$ и $B(3,4,5)$. Найдите расстояние между ними

Вариант 2

Задание 1. В правильной четырехугольной пирамиде постройте сечение плоскостью, параллельной основанию и делящей высоту в отношении 1:2

Задание 2. Найдите угол между прямой с направляющим вектором $(1,2,2)$ и плоскостью $x + 2y - z + 5 = 0$

Задание 3. Профессиональная задача: Баскетбольный щит установлен в плоскости $2x + y - 2z + 3 = 0$. Найдите расстояние от точки броска $M(1,3,2)$ до плоскости щита

Вариант 3

Задание 1. В треугольной призме постройте сечение плоскостью, проходящей через середины трех боковых ребер

Задание 2. Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями смежных граней куба с ребром a

Задание 3. Профессиональная задача: Лестница установлена под углом к полу. Направляющий вектор лестницы $(3,0,4)$. Найдите угол между лестницей и полом

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (построение сечения) - 4 балла:

4 балла: построение выполнено верно, все шаги обоснованы

3 балла: построение верное, но отсутствуют некоторые обоснования

2 балла: сечение построено с ошибками

1 балл: выполнена только часть построения

0 баллов: построение неверное

Задание 2 (вычисление расстояний/углов) - 3 балла:

3 балла: задача решена верно, все вычисления правильные

2 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: выбран верный метод, но решение не завершено

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм построения сечений:

- 1 Внимательно прочитать условие и отметить заданные точки
- 2 Выбрать метод построения (следов, внутреннего проектирования)
- 3 Последовательно строить линии пересечения секущей плоскости с гранями
- 4 Проверить видимость линий сечения

Методы вычисления расстояний:

Для расстояния от точки до плоскости - использовать формулу с уравнением плоскости

Для расстояния между скрещивающимися прямыми - найти длину общего перпендикуляра

При работе с координатами - внимательно проверять вычисления

Особенности вычисления углов:

Угол между прямой и плоскостью вычисляется через синус

Угол между плоскостями вычисляется через косинус

Не забывать проверять полученные значения на адекватность

Профессиональные приложения

Расчет расстояний между спортивными снарядами

Определение углов установки оборудования

Проектирование размещения инвентаря в зале

Расчет безопасных расстояний

Типичные ошибки:

Неправильное определение направляющих векторов

Ошибки в знаках при подстановке в формулы

Неверное построение сечений

Неучет единиц измерения

Проверка решения:

Расстояния не могут быть отрицательными

Углы должны находиться в пределах от 0° до 90°

Все точки сечения должны лежать в гранях многогранника

Ответ должен иметь физический смысл в контексте задачи

Практическое занятие №20

Тема: Решение стереометрических задач, связанных с телами вращения и многогранников на нахождение геометрических величин (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения решать стереометрические задачи на вычисление геометрических величин тел вращения и многогранников, применяя полученные знания в профессиональной деятельности

Задачи:

- Научиться вычислять объемы и площади поверхностей тел вращения
- Освоить методы решения задач на комбинации многогранников и тел вращения
- Применять формулы стереометрии для решения профессиональных задач
- Развивать пространственное мышление и умение работать с чертежами

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и командах

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные формулы для тел вращения

Цилиндр:

$$V = \pi R^2 h$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h$$

$$S_{\text{полн}} = 2\pi R(R + h)$$

Конус:

$$V = (1/3)\pi R^2 h$$

$$S_{\text{бок}} = \pi R l$$

$$l = \sqrt{R^2 + h^2}$$

Шар:

$$V = (4/3)\pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

2. Формулы для многогранников

Прямоугольный параллелепипед:

$$V = abc$$

$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Пирамида:

$$V = (1/3)S_{\text{осн}} \cdot h$$

Призма:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Практические задания

Задание 1. Расчет бассейна сложной формы

Условие: Бассейн состоит из прямоугольной части размерами $10 \times 4 \times 2$ м и двух полуцилиндрических частей диаметром 4 м и длиной 10 м. Найдите объем бассейна.

Решение:

Шаг 1. Объем прямоугольной части:

$$V_1 = 10 \cdot 4 \cdot 2 = 80 \text{ м}^3$$

Шаг 2. Объем двух полуцилиндров (один полный цилиндр):

$$R = 4/2 = 2 \text{ м}$$

$$V_2 = \pi R^2 h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 10 = 125,6 \text{ м}^3$$

Шаг 3. Общий объем:

$$V = V_1 + V_2 = 80 + 125,6 = 205,6 \text{ м}^3$$

Ответ: Объем бассейна составляет 205,6 м³

Задание 2. Проектирование спортивного снаряда

Условие: Спортивный снаряд имеет форму конуса с диаметром основания 60 см и образующей 50 см. Найдите площадь поверхности снаряда.

Решение:

Шаг 1. Находим радиус основания: $R = 60/2 = 30 \text{ см}$

Шаг 2. Находим высоту конуса:

$$h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = \sqrt{2500 - 900} = \sqrt{1600} = 40 \text{ см}$$

Шаг 3. Площадь полной поверхности:

$$S = \pi R(R + l) = 3,14 \cdot 30 \cdot (30 + 50) = 94,2 \cdot 80 = 7536 \text{ см}^2$$

Ответ: Площадь поверхности снаряда составляет 7536 см²

Задание 3. Расчет покрытия для сферического купола

Условие: Купол спортивного комплекса имеет форму полусферы диаметром 40 м. Найдите площадь поверхности купола.

Решение:

Шаг 1. Находим радиус сферы:

$$R = 40/2 = 20 \text{ м}$$

Шаг 2. Площадь поверхности купола (полусферы):

$$S = (1/2) \cdot 4\pi R^2 + \pi R^2 = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2$$

$$S = 3 \cdot 3,14 \cdot 20^2 = 9,42 \cdot 400 = 3768 \text{ м}^2$$

Ответ: Площадь поверхности купола составляет 3768 м²

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Цилиндрическая колонна имеет диаметр 80 см и высоту 4 м. Найдите объем колонны

Задание 2. Шар радиусом 15 см вписан в куб. Найдите объем куба

Задание 3. Профессиональная задача: Баскетбольный мяч диаметром 24 см помещен в цилиндрическую упаковку. Найдите объем пустого пространства в упаковке

Вариант 2

Задание 1. Конусообразный спортивный конус имеет диаметр основания 30 см и высоту 40 см. Найдите объем конуса

Задание 2. В цилиндр вписана правильная четырехугольная призма. Диагональ основания призмы равна $10\sqrt{2}$ см, высота цилиндра 12 см. Найдите объем цилиндра

Задание 3. Профессиональная задача: Тренажер состоит из цилиндрической части диаметром 50 см и высотой 120 см и конической части высотой 30 см. Найдите общий объем тренажера

Вариант 3

Задание 1. Шаровая опора имеет радиус 8 см. Найдите площадь поверхности шара

Задание 2. В конус вписан куб так, что четыре вершины куба лежат на основании конуса, а четыре - на боковой поверхности. Высота конуса 12 см. Найдите объем куба

Задание 3. Профессиональная задача: Декоративная конструкция состоит из куба со стороной 2 м и полушария диаметром 2 м, установленного на кубе. Найдите объем конструкции

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (вычисление объема/площади) - 3 балла:

3 балла: все вычисления верные, ответ правильный

2 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: применены не все формулы

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (комбинация тел) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, все соотношения между телами учтены

3 балла: решение верное, но есть незначительные ошибки

2 балла: учтены не все особенности комбинации тел

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения задач на тела вращения:

1 Определить тип тела вращения (цилиндр, конус, шар)

2 Выписать все известные параметры

3 Выбрать соответствующие формулы

4 Выполнить вычисления

5 Проверить результат на адекватность

Особенности решения задач на комбинации тел:

Внимательно анализировать взаимное расположение тел

Определять характерные точки и линии соприкосновения

Использовать свойства вписанных и описанных фигур

Проверять соответствие размеров

Профессиональные приложения:

Расчет объемов спортивных сооружений

Проектирование спортивного инвентаря

Определение площадей покрытий

Расчет материалов для строительства

Типичные ошибки:

Путаница между радиусом и диаметром

Неправильное применение формул

Ошибки в вычислениях с числом π

Неучет единиц измерения

Полезные соотношения:

В куб можно вписать шар диаметром, равным стороне куба

В цилиндр можно вписать призму, если ее основание - многоугольник, вписанный в окружность основания цилиндра

Осевое сечение конуса - равнобедренный треугольник

Проверка решения:

Объем не может быть отрицательным

Площадь должна быть положительной

Размеры должны соответствовать реальным объектам

Ответ должен иметь физический смысл

Практическое занятие №21

Тема: Решение стереометрических задач на вычисление объёмов. Соотношение объёмов и поверхностей подобных тел в пространстве (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения вычислять объёмы геометрических тел и решать задачи на подобие в пространстве, применяя полученные знания в профессиональной деятельности

Задачи:

- Научиться вычислять объёмы многогранников и тел вращения
- Освоить свойства подобных тел в пространстве
- Научиться решать задачи на соотношение объёмов и площадей поверхностей

- Применять полученные знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные формулы объёмов

Многогранники: Призма:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Пирамида: $V = (1/3)S_{\text{осн}} \cdot h$

Параллелепипед: $V = abc$

Тела вращения:

Цилиндр: $V = \pi R^2 h$

Конус: $V = (1/3)\pi R^2 h$

Шар: $V = (4/3)\pi R^3$

2. Свойства подобных тел

Если коэффициент подобия равен k , то:

- Отношение линейных размеров: k
- Отношение площадей: k^2
- Отношение объёмов: k^3

Практические задания

Задание 1. Расчёт объёма спортивного сооружения

Условие: Бассейн имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами $25 \times 10 \times 2$ м. Найдите объем воды, необходимой для заполнения бассейна

Решение:

Шаг 1. Применяем формулу объема параллелепипеда:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Шаг 2. Подставляем значения:

$$V = 25 \cdot 10 \cdot 2 = 500 \text{ м}^3$$

Ответ: Для заполнения бассейна необходимо 500 м³ воды

Задание 2. Задача на подобие спортивного инвентаря

Условие: Два гимнастических мяча подобны. Диаметр первого мяча 20 см, диаметр второго 30 см. Во сколько раз площадь поверхности второго мяча больше площади поверхности первого?

Решение:

Шаг 1. Находим коэффициент подобия:

$$k = 30/20 = 1,5$$

Шаг 2. Находим отношение площадей:

$$S_2/S_1 = k^2 = 1,5^2 = 2,25$$

Ответ: Площадь поверхности второго мяча в 2,25 раза больше

Задание 3. Профессиональная задача на соотношение объёмов

Условие: Два конусообразных спортивных конуса подобны. Высота первого 40 см, высота второго 60 см. Объем первого конуса 2000 см³. Найдите объем второго конуса

Решение:

Шаг 1. Находим коэффициент подобия:

$$k = 60/40 = 1,5$$

Шаг 2. Находим отношение объемов:

$$V_2/V_1 = k^3 = 1,5^3 = 3,375$$

Шаг 3. Находим объем второго конуса:

$$V_2 = 2000 \cdot 3,375 = 6750 \text{ см}^3$$

Ответ: Объем второго конуса составляет 6750 см³

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Цилиндрическая колонна имеет диаметр 0,5 м и высоту

Найдите объем колонны

Задание 2. Два шара подобны. Радиус первого 10 см, радиус второго 15 см.

Во сколько раз объем второго шара больше объема первого?

Задание 3. Профессиональная задача: Бассейн имеет форму прямоугольного параллелепипеда размерами $15 \times 8 \times 2$ м. На сколько изменится объем бассейна, если глубину увеличить до 2,5 м?

Вариант 2

Задание 1. Конусообразный спортивный конус имеет радиус основания 15 см и высоту 40 см. Найдите объем конуса

Задание 2. Два куба подобны. Ребро первого куба 4 см, ребро второго 6 см.

Во сколько раз площадь поверхности второго куба больше площади поверхности первого?

Задание 3. Профессиональная задача: Два гимнастических мяча подобны. Диаметр первого 18 см, диаметр второго 24 см. Объем первого мяча 3000 см^3 . Найдите объем второго мяча

Вариант 3

Задание 1. Пирамида имеет квадратное основание со стороной 6 м и высоту 8 м. Найдите объем пирамиды

Задание 2. Два цилиндра подобны. Высота первого 12 см, высота второго 18 см. Площадь боковой поверхности первого цилиндра 100 см^2 . Найдите площадь боковой поверхности второго цилиндра

Задание 3. Профессиональная задача: Два бассейна подобны. Глубина первого 1,5 м, глубина второго 2 м. В первый бассейн входит 120 м^3 воды. Сколько воды войдет во второй бассейн?

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (вычисление объема) - 3 балла:

3 балла: все вычисления верные, ответ правильный

2 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: применены не все формулы

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (задача на подобие) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, правильно определен коэффициент подобия

3 балла: решение верное, но есть незначительные ошибки

2 балла: коэффициент подобия определен неверно

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм вычисления объемов:

1 Определить тип геометрического тела

2 Выписать все известные параметры

3 Выбрать соответствующую формулу объема

4 Выполнить вычисления

5 Проверить результат на адекватность

Решение задач на подобие:

1 Найти коэффициент подобия k

2 Для площадей использовать k^2

3 Для объемов использовать k^3

4 Внимательно следить за порядком отношений

Профессиональные приложения:

Расчет объемов спортивных сооружений

Проектирование спортивного инвентаря разных размеров

Определение вместимости бассейнов и резервуаров

Расчет материалов для строительства

Типичные ошибки:

Путаница между формулами для площадей и объемов

Неправильное определение коэффициента подобия

Ошибки в вычислениях со степенями

Неучет единиц измерения

Проверка решения:

Объем не может быть отрицательным

При увеличении размеров объем должен увеличиваться

Коэффициент подобия всегда положителен

Ответ должен иметь физический смысл

Полезные советы:

Внимательно читайте условие задачи

Определяйте, какие тела являются подобными

Записывайте формулы перед решением

Проверяйте промежуточные вычисления

Практическое занятие №22

Тема: Простейшие задачи в координатах. Действия с векторами.

Координатно-векторный метод решения геометрических задач

Цель работы: Сформировать умения решать геометрические задачи координатно-векторным методом и применять правила действий с векторами в профессиональной деятельности

Задачи:

- Научиться решать простейшие задачи в координатах
- Освоить правила действий с векторами
- Применять координатно-векторный метод для решения геометрических задач
- Использовать полученные знания для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные понятия

Вектор - направленный отрезок

Координаты вектора: $\vec{a} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

Длина вектора: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

3. Действия с векторами

Сложение: $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$

Вычитание: $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$

Умножение на число: $k \cdot \vec{a} = (kx; ky; kz)$

Скалярное произведение: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$

4. Формулы для решения задач

Расстояние между точками:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Угол между векторами:

$$\cos \varphi = (\vec{a} \cdot \vec{b}) / (|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|)$$

Практические задания

Задание 1. Расчет расстояния между спортивными объектами

Условие: На спортивной площадке установлены тренажеры в точках A(2; 3; 1) и B(5; 7; 4). Найдите расстояние между ними.

Решение:

Шаг 1. Применяем формулу расстояния между точками:

$$d = \sqrt{((5-2)^2 + (7-3)^2 + (4-1)^2)}$$

Шаг 2. Вычисляем:

$$d = \sqrt{(3^2 + 4^2 + 3^2)} = \sqrt{(9 + 16 + 9)} = \sqrt{34} \approx 5,83 \text{ м}$$

Ответ: Расстояние между тренажерами составляет 5,83 метра

Задание 2. Определение угла между направлениями движения

Условие: Спортсмен движется по направлениям, заданным векторами $\vec{a}(2; 1; 3)$ и $\vec{b}(1; -2; 2)$. Найдите угол между направлениями движения.

Решение:

Шаг 1. Находим скалярное произведение:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 2 = 2 - 2 + 6 = 6$$

Шаг 2. Находим длины векторов:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(2^2 + 1^2 + 3^2)} = \sqrt{(4 + 1 + 9)} = \sqrt{14} \approx 3,74$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(1^2 + (-2)^2 + 2^2)} = \sqrt{(1 + 4 + 4)} = \sqrt{9} = 3$$

Шаг 3. Находим косинус угла:

$$\cos \varphi = 6 / (3,74 \cdot 3) \approx 6 / 11,22 \approx 0,535$$

Шаг 4. Находим угол: $\varphi \approx \arccos(0,535) \approx 57,7^\circ$

Ответ: Угол между направлениями движения составляет $57,7^\circ$

Задание 3. Профессиональная задача на расчет траектории

Условие: Баскетболист выполняет бросок из точки A(0; 0; 2) в точку B(6; 3; 3). Найдите вектор направления броска и его длину.

Решение:

Шаг 1. Находим вектор направления:

$$\vec{AB} = (6-0; 3-0; 3-2) = (6; 3; 1)$$

Шаг 2. Находим длину вектора:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(6^2 + 3^2 + 1^2)} = \sqrt{(36 + 9 + 1)} = \sqrt{46} \approx 6,78 \text{ м}$$

Ответ: Вектор направления броска (6; 3; 1), длина траектории 6,78 метра

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Найдите расстояние между точками C(1; 2; 3) и D(4; 6)

Задание 2. Даны векторы $\vec{m}(2; -1; 3)$ и $\vec{n}(1; 4; -2)$. Найдите вектор $2\vec{m} - 3\vec{n}$

Задание 3. Профессиональная задача: Два спортсмена стартуют из точек A(0; 0; 0) и B(3; 4; 0). Найдите расстояние между ними в момент старта

Вариант 2

Задание 1. Найдите длину вектора $\vec{p}(3; -4; 12)$

Задание 2. Даны векторы $\vec{a}(1; 2; -1)$ и $\vec{b}(3; -1; 2)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Задание 3. Профессиональная задача: Мяч движется из точки M(2; 1; 3) в точку N(5; 4; 6). Найдите вектор движения и его длину

Вариант 3

Задание 1. Найдите координаты вектора $\vec{AB}$, если A(1; -2; 3) и B(4; 1; -1)

Задание 2. Даны векторы $\vec{c}(2; 1; -3)$ и $\vec{d}(-1; 2; 1)$. Найдите угол между ними

Задание 3. Профессиональная задача: Тренажеры расположены в точках P(0; 0; 0), Q(4; 3; 0), R(0; 0; 5). Найдите периметр треугольника PQR

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (простейшие задачи в координатах) - 3 балла:

3 балла: все вычисления верные, ответ правильный

2 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: применены не все формулы

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (действия с векторами) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, все действия выполнены верно

3 балла: решение верное, но есть незначительные ошибки

2 балла: допущены ошибки в выполнении действий

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения задач в координатах:

1 Ввести систему координат

2 Определить координаты точек

3 Записать необходимые векторы

4 Применить соответствующие формулы

5 Выполнить вычисления

Правила работы с векторами:

При сложении векторов складываются соответствующие координаты

При умножении вектора на число умножаются все его координаты

Скалярное произведение - сумма произведений соответствующих координат

Длина вектора вычисляется как корень из суммы квадратов координат

Профессиональные приложения:

Расчет расстояний между спортивными объектами

Определение направлений движения

Расчет траекторий мячей и снарядов

Планирование размещения оборудования

Типичные ошибки:

Путаница порядка точек при нахождении вектора

Ошибки в знаках координат

Неправильное применение формул

Арифметические ошибки при вычислениях

Проверка решения:

Длина вектора не может быть отрицательной

Координаты вектора должны соответствовать разностям координат точек

Угол между векторами должен быть в пределах от 0° до 180°

Ответ должен иметь физический смысл

Полезные советы:

Внимательно определяйте направление векторов

Проверяйте промежуточные вычисления

Используйте чертежи для наглядности

Следите за единицами измерения

Практическое занятие №23

Тема: Извлечение информации из таблиц и диаграмм. Использование таблиц и диаграмм для представления статистических данных. Формулировка описательных характеристик данных

Цель работы: Сформировать умения извлекать информацию из таблиц и диаграмм, представлять статистические данные и формулировать их описательные характеристики для решения профессиональных задач

Задачи:

- Научиться извлекать и анализировать информацию из таблиц и диаграмм
- Освоить методы представления статистических данных
- Научиться формулировать описательные характеристики данных

- Применять полученные знания для анализа спортивной статистики

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Виды диаграмм и их назначение

Столбчатая диаграмма - для сравнения дискретных данных

Круговая диаграмма - для отображения долей целого

Линейная диаграмма - для показа изменения величин во времени

Гистограмма - для распределения непрерывных данных

2. Основные описательные характеристики

Меры центральной тенденции:

Среднее арифметическое: $\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$

Медиана - среднее значение в упорядоченном ряду

Мода - наиболее часто встречающееся значение

Меры изменчивости:

Размах: $R = x_{\max} - x_{\min}$

Дисперсия: $\sigma^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / n$

Стандартное отклонение: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Практические задания

Задание 1. Анализ результатов соревнований

Условие: В таблице представлены результаты прыжков в длину 8 спортсменов:

Спортсмен	Результат (м)
-----------	---------------

Спортсмен	Результат (м)
А	6,85
Б	7,20
В	6,95
Г	7,05
Д	6,75
Е	7,15
Ж	6,90
З	7,10

Найдите средний результат, медиану и размах

Решение:

Шаг 1. Упорядочим данные: 6,75; 6,85; 6,90; 6,95; 7,05; 7,10; 7,15; 7,20

Шаг 2. Среднее арифметическое:

$$\bar{x} = (6,75 + 6,85 + 6,90 + 6,95 + 7,05 + 7,10 + 7,15 + 7,20)/8 = 55,95/8 = 6,99 \text{ м}$$

Шаг 3. Медиана:

$$Me = (6,95 + 7,05)/2 = 7,00 \text{ м}$$

Шаг 4. Размах:

$$R = 7,20 - 6,75 = 0,45 \text{ м}$$

Ответ: Средний результат 6,99 м, медиана 7,00 м, размах 0,45 м

Задание 2. Анализ диаграммы посещаемости тренировок

Условие: На круговой диаграмме представлено распределение посещаемости тренировок за месяц:

- Высокая посещаемость: 40%

- Средняя посещаемость: 35%
- Низкая посещаемость: 25%

Всего в секции 120 человек. Найдите количество спортсменов в каждой категории

Решение:

Шаг 1. Высокая посещаемость:

$$120 \times 0,40 = 48 \text{ человек}$$

Шаг 2. Средняя посещаемость:

$$120 \times 0,35 = 42 \text{ человека}$$

Шаг 3. Низкая посещаемость:

$$120 \times 0,25 = 30 \text{ человек}$$

Ответ: Высокая посещаемость - 48 чел., средняя - 42 чел., низкая - 30 чел.

Задание 3. Профессиональная задача - анализ эффективности команды

Условие: В таблице представлены результаты бросков баскетбольной команды за 5 игр:

Игра	Количество бросков	Реализовано
1	85	42
2	78	38
3	92	45
4	88	43
5	95	48

Рассчитайте среднюю эффективность бросков (в процентах)

Решение:

Шаг 1. Общее количество бросков:

$$85 + 78 + 92 + 88 + 95 = 438$$

Шаг 2. Общее количество реализованных бросков:

$$42 + 38 + 45 + 43 + 48 = 216$$

Шаг 3. Эффективность:

$$(216/438) \times 100\% \approx 49,3\%$$

Ответ: Средняя эффективность бросков составляет 49,3%

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. В таблице представлены результаты бега на 100 м: 12,5; 12,8; 12,3; 12,6; 12,9; 12,4; 12,7 с. Найдите среднее время, медиану и размах

Задание 2. На столбчатой диаграмме показано количество голов забитых футбольной командой в 6 играх: 2, 3, 1, 4, 2, 3. Постройте таблицу данных и найдите моду

Задание 3. Профессиональная задача: В волейбольной секции 80 человек. Распределение по возрастным группам: младшая 30%, средняя 45%, старшая 25%. Найдите количество человек в каждой группе

Вариант 2

Задание 1. Результаты метания копья: 68,5; 72,3; 70,8; 69,2; 71,5; 73,0 м. Найдите средний результат и медиану

Задание 2. На круговой диаграмме распределение времени тренировки: разминка 15%, ОФП 25%, техника 35%, игровая практика 25%. Общее время 120 минут. Найдите время каждого этапа

Задание 3. Профессиональная задача: Баскетболист выполнил 50 штрафных бросков и попал 38 раз. Найдите процент реализации

Вариант 3

Задание 1. Результаты плавания на 50 м: 28,4; 27,9; 28,6; 27,8; 28,3; 28,1 с. Найдите среднее время, размах и моду

Задание 2. В таблице представлено количество травм по месяцам: янв-3, фев-2, мар-4, апр-1, май-3, июн-2. Постройте столбчатую диаграмму и найдите медиану

Задание 3. Профессиональная задача: В спортивной школе 150 учащихся. Распределение по видам спорта: гимнастика 20%, плавание 30%, легкая атлетика 50%. Найдите количество учащихся в каждом виде спорта

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (расчет характеристик) - 3 балла:

3 балла: все вычисления верные, характеристики найдены правильно

2 балла: ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки

1 балл: найдены не все характеристики

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (работа с диаграммами) - 4 балла:

4 балла: диаграмма построена правильно, все расчеты верные

3 балла: есть небольшие ошибки в построении или расчетах

2 балла: допущены существенные ошибки

1 балл: выполнена только часть задания

0 баллов: задание не выполнено

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм анализа таблиц:

1 Внимательно изучить заголовки и единицы измерения

2 Выделить основные данные и закономерности

3 Провести необходимые вычисления

4 Сформулировать выводы

Правила построения диаграмм:

Для столбчатых диаграмм - равные промежутки между столбцами

Для круговых диаграмм - сумма долей должна быть 100%

Подписывать оси и добавлять легенду

Выбирать тип диаграммы для данных

Профессиональные приложения:

Анализ спортивных результатов

Планирование тренировочного процесса

Оценка эффективности команды

Статистика посещаемости занятий

Типичные ошибки:

Путаница между средним арифметическим и медианой

Неправильное вычисление процентов

Ошибки в построении диаграмм

Неверная интерпретация данных

Проверка решения:

Сумма долей в круговой диаграмме должна быть 100%

Среднее значение должно находиться в пределах данных

Медиана должна быть элементом упорядоченного ряда

Проценты должны быть от 0% до 100%

Полезные советы:

Всегда проверяйте вычисления

Используйте масштаб для диаграмм

Внимательно читайте условия задач

Сравнивайте полученные результаты с реальными данными

Практическое занятие №24

Тема: Нахождение вероятности событий в опытах с равновозможными исходами. Моделирование опыта с равновозможными элементарными исходами (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения вычислять вероятность событий в опытах с равновозможными исходами и моделировать такие опыты для решения профессиональных задач в сфере физической культуры

Задачи:

- Освоить понятие вероятности события
- Научиться вычислять вероятность в опытах с равновозможными исходами
- Научиться моделировать опыты с равновозможными исходами
- Применять теорию вероятностей для анализа спортивных ситуаций

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные понятия теории вероятностей

Вероятность события - числовая характеристика степени возможности наступления события

Классическое определение вероятности:

$$P(A) = m/n$$

где: $P(A)$ - вероятность события A

m - число благоприятных исходов

n - общее число равновозможных исходов

Свойства вероятности:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\emptyset) = 0 \text{ (вероятность невозможного события)}$$

$P(U) = 1$ (вероятность достоверного события)

2. Моделирование опытов

Моделирование - создание упрощенной модели реальной ситуации для анализа вероятностей

Практические задания

Задание 1. Вероятность попадания в мишень

Условие: Стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,85. Найдите вероятность того, что он не попадет в мишень

Решение:

Шаг 1. Событие А - попадание в мишень: $P(A) = 0,85$

Шаг 2. Событие В - непопадание в мишень: $P(B) = 1 - P(A)$

Шаг 3. Вычисляем: $P(B) = 1 - 0,85 = 0,15$

Ответ: Вероятность непопадания в мишень составляет 0,15

Задание 2. Вероятность выигрыша в соревнованиях

Условие: В спортивных соревнованиях участвуют 8 спортсменов одинаковой подготовки. Какова вероятность того, что конкретный спортсмен займет первое место?

Решение:

Шаг 1. Общее число равновозможных исходов: $n = 8$

Шаг 2. Число благоприятных исходов: $m = 1$

Шаг 3. Вычисляем вероятность: $P = 1/8 = 0,125$

Ответ: Вероятность занять первое место составляет 0,125

Задание 3. Профессиональная задача - жеребьевка команд

Условие: В турнире участвуют 16 команд. Команды randomly распределяются на 4 группы. Какова вероятность того, что две конкретные команды попадут в одну группу?

Решение:

Шаг 1. Общее число способов распределения команд по группам

Шаг 2. Число способов, когда две команды вместе:

После того как первая команда заняла место в группе, для второй команды остается 3 места в этой же группе из 15 свободных

Шаг 3. Вероятность: $P = 3/15 = 1/5 = 0,2$

Ответ: Вероятность попадания двух команд в одну группу составляет 0,2

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. В баскетболе вероятность попадания штрафного броска у игрока равна 0,75. Найдите вероятность промаха

Задание 2. В соревнованиях по бегу участвуют 6 спортсменов одинаковой подготовки. Какова вероятность того, что конкретный спортсмен займет призовое место (1-3)?

Задание 3. Профессиональная задача: В отборочных соревнованиях 12 спортсменов претендуют на 4 места в сборной. Какова вероятность попадания в сборную для каждого спортсмена?

Вариант 2

Задание 1. Вероятность выигрыша теннисного матча у спортсмена равна 0,6. Найдите вероятность проигрыша

Задание 2. В жеребьевке участвуют 10 команд, которые распределяются в 2 корзины по 5 команд. Какова вероятность того, что две конкретные команды попадут в одну корзину?

Задание 3. Профессиональная задача: В квалификационных соревнованиях 8 гимнасток претендуют на 2 места в финале. Какова вероятность попадания в финал для каждой гимнастки?

Вариант 3

Задание 1. Вероятность успешного выполнения gymnastic элемента равна 0,9. Найдите вероятность неудачи

Задание 2. В турнире участвуют 12 шахматистов, которые играют каждый с каждым. Какова вероятность того, что в первой партии встретятся два конкретных шахматиста?

Задание 3. Профессиональная задача: В соревнованиях по плаванию в заплыве участвуют 8 спортсменов. Какова вероятность того, что конкретный спортсмен займет место не ниже третьего?

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (вычисление вероятности) - 3 балла:

3 балла: вычисления верные, ответ правильный

2 балла: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка

1 балл: выбран верный метод, но решение не завершено

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (анализ равновозможных исходов) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, правильно определены исходы

3 балла: решение верное, но есть незначительные ошибки

2 балла: допущены ошибки в определении исходов

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения задач на вероятность:

- 1 Определить опыт и его возможные исходы
- 2 Убедиться, что исходы равновозможны
- 3 Найти общее число исходов (n)
- 4 Найти число благоприятных исходов (m)
- 5 Вычислить вероятность по формуле $P = m/n$

Моделирование опытов:

Выделить существенные факторы ситуации
Определить элементарные исходы
Проверить равновозможность исходов
Построить математическую модель

Профессиональные приложения:

Прогнозирование результатов соревнований
Анализ спортивных стратегий
Планирование тренировочного процесса
Оценка шансов команд в турнирах

Типичные ошибки:

Неверное определение числа исходов
Неучет условия равновозможности
Ошибки в комбинаторных расчетах
Неправильное применение формулы вероятности

Проверка решения:

Вероятность должна быть от 0 до 1
Сумма вероятностей противоположных событий равна 1
При увеличении благоприятных исходов вероятность растет
Ответ должен иметь смысл в контексте задачи

Полезные советы:

Внимательно читайте условие задачи
Четко определяйте, что является исходом опыта

Используйте диаграммы и таблицы для наглядности

Проверяйте вычисления

Практическое занятие №25

Тема: Диаграмма Эйлера и словесное описание событий для формулировки и изображения объединения и пересечения событий. Решение задач с использованием формулы сложения вероятностей (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения использовать диаграммы Эйлера для изображения операций над событиями и применять формулу сложения вероятностей для решения профессиональных задач

Задачи:

- Освоить построение диаграмм Эйлера для событий
- Научиться описывать операции над событиями
- Научиться применять формулу сложения вероятностей
- Использовать полученные знания для анализа спортивных ситуаций

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Операции над событиями

Объединение событий ($A \cup B$) - происходит хотя бы одно из событий

A или B

Пересечение событий ($A \cap B$) - происходят оба события A и B одновременно

Противоположное событие ($\bar{A}$) - событие, которое происходит тогда, когда не происходит A

2. Диаграммы Эйлера

Графическое представление множеств и операций над ними:

- Круг представляет множество исходов события
- Пересечение кругов - общие исходы
- Объединение кругов - все исходы обоих событий

4. Формула сложения вероятностей

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Для несовместных событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Практические задания

Задание 1. Построение диаграммы Эйлера для спортивных событий

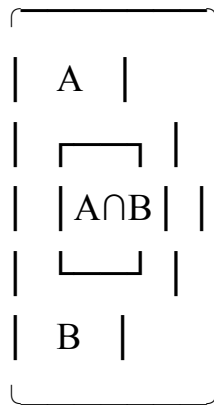
Условие: В соревнованиях по легкой атлетике рассматриваются события:

$A = \{\text{спортсмен пробежал 100 м быстрее 11 сек}\}$

$B = \{\text{спортсмен прыгнул в длину дальше 7 м}\}$

Изобразите на диаграмме Эйлера события A , B , $A \cup B$, $A \cap B$

Решение:



$A \cup B$ - вся область обоих кругов

$A \cap B$ - область пересечения кругов

Ответ: Диаграмма построена, $A \cup B$ - спортсмен показал результат хотя бы в одной дисциплине, $A \cap B$ - спортсмен показал результат в обеих дисциплинах

Задание 2. Вероятность успеха в соревнованиях

Условие: Вероятность того, что баскетболист попадет при штрафном броске, равна 0,8. Вероятность того, что он попадет при броске в прыжке, равна 0,6. Вероятность того, что он попадет в обоих случаях, равна 0,5. Найдите вероятность того, что он попадет хотя бы одним из способов

Решение:

Шаг 1. Событие А - попадание штрафного: $P(A) = 0,8$

Шаг 2. Событие В - попадание в прыжке: $P(B) = 0,6$

Шаг 3. $A \cap B$ - попадание обоими способами: $P(A \cap B) = 0,5$

Шаг 4. Применяем формулу сложения:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8 + 0,6 - 0,5 = 0,9$$

Ответ: Вероятность попадания хотя бы одним способом составляет 0,9

Задание 3. Профессиональная задача - отбор в сборную

Условие: Вероятность того, что спортсмен выполнит норматив по бегу, равна 0,7. Вероятность выполнения норматива по плаванию равна 0,6. Вероятность выполнения обоих нормативов равна 0,45. Найдите вероятность того, что спортсмен выполнит хотя бы один норматив

Решение:

Шаг 1. Событие А - норматив по бегу: $P(A) = 0,7$

Шаг 2. Событие В - норматив по плаванию: $P(B) = 0,6$

Шаг 3. $A \cap B$ - оба норматива: $P(A \cap B) = 0,45$

Шаг 4. Применяем формулу сложения:

$$P(A \cup B) = 0,7 + 0,6 - 0,45 = 0,85$$

Ответ: Вероятность выполнения хотя бы одного норматива составляет 0,85

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Изобразите на диаграмме Эйлера события:

$A = \{\text{футболист забил гол}\}$

$B = \{\text{футболист отдал голевую передачу}\}$

Опишите словами $A \cup B$ и $A \cap B$

Задание 2. Вероятность выигрыша волейбольной команды в первой партии равна 0,6, во второй партии - 0,7. Вероятность выигрыша в обеих партиях равна 0,5. Найдите вероятность выигрыша хотя бы в одной партии

Задание 3. Профессиональная задача: Вероятность выполнения норматива по подтягиванию равна 0,8, по отжиманиям - 0,75. Вероятность выполнения обоих нормативов равна 0,7. Найдите вероятность выполнения хотя бы одного норматива

Вариант 2

Задание 1. Изобразите на диаграмме Эйлера события:

$A = \{\text{теннисист выиграл первую подачу}\}$

$B = \{\text{теннисист выиграл вторую подачу}\}$

Опишите словами $A \cup B$ и $A \cap B$

Задание 2. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,9, вторым - 0,8. Вероятность попадания обоими равна 0,72. Найдите вероятность попадания хотя бы одним стрелком

Задание 3. Профессиональная задача: Вероятность успешного выполнения упражнения на брусьях равна 0,85, на перекладине - 0,8. Вероятность успеха в обоих упражнениях равна 0,75. Найдите вероятность успеха хотя бы в одном упражнении

Вариант 3

Задание 1. Изобразите на диаграмме Эйлера события:

$A = \{\text{пловец проплыл 100 м быстрее 1 мин}\}$

$B = \{\text{пловец проплыл 200 м быстрее 2 мин}\}$

Опишите словами $A \cup B$ и $A \cap B$

Задание 2. Вероятность забития гола с игры равна 0,3, с пенальти - 0,8. Вероятность забития обоими способами равна 0,24. Найдите вероятность забития гола хотя бы одним способом

Задание 3. Профессиональная задача: Вероятность выполнения разрядного норматива по бегу равна 0,65, по прыжкам - 0,7. Вероятность выполнения

обоих нормативов равна 0,5. Найдите вероятность выполнения хотя бы одного норматива

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (диаграммы Эйлера) - 3 балла:

3 балла: диаграмма построена правильно, даны точные словесные описания

2 балла: диаграмма построена с небольшими ошибками, описания в целом верные

1 балл: допущены существенные ошибки в построении или описаниях

0 баллов: задание не выполнено

Задание 2 (формула сложения) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, все вычисления верные

3 балла: ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки

2 балла: формула применена неверно

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм построения диаграмм Эйлера:

1 Определить множества (события)

- 2 Нарисовать круги для каждого множества
- 3 Расположить круги с учетом пересечений
- 4 Подписать области диаграммы
- 5 Дать словесное описание операциям

Применение формулы сложения вероятностей:

- 1 Определить события A и B
- 2 Найти $P(A)$, $P(B)$ и $P(A \cap B)$
- 3 Проверить совместность событий
- 4 Применить соответствующую формулу
- 5 Проверить результат

Профессиональные приложения:

Анализ спортивных результатов
Прогнозирование исходов соревнований
Оценка шансов спортсменов
Планирование тренировочного процесса

Типичные ошибки:

Неверное изображение пересечений на диаграммах
Путаница между объединением и пересечением
Неправильное применение формулы сложения
Неучет совместности событий

Проверка решения:

Вероятность должна быть от 0 до 1
 $P(A \cup B) \geq \max(P(A), P(B))$
 $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
Для совместных событий $P(A \cup B) < P(A) + P(B)$

Полезные советы:

Внимательно читайте условие задачи
Четко определяйте события и их отношения
Используйте диаграммы для наглядности
Проверяйте вычисления

Практическое занятие №26

Тема: Решение задач на нахождение вероятностей событий, в том числе условных с помощью дерева случайного опыта. Определение независимости событий (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения строить деревья случайного опыта для вычисления вероятностей, в том числе условных, и определять независимость событий в профессиональных ситуациях

Задачи:

- Научиться строить деревья случайного опыта
- Освоить вычисление условных вероятностей
- Научиться определять независимость событий
- Применять полученные знания для анализа спортивных ситуаций

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 05. Использовать информационно-коммуникационные технологии

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Дерево случайного опыта

Графическое представление последовательности событий:

- **Узлы** - точки принятия решений или случайные исходы
- **Ветви** - возможные исходы событий
- **Вероятности** на ветвях - вероятности соответствующих исходов

2. Условная вероятность

Вероятность события А при условии, что событие В уже произошло:

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$

3. Независимость событий

События А и В независимы, если:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

или $P(A|B) = P(A)$

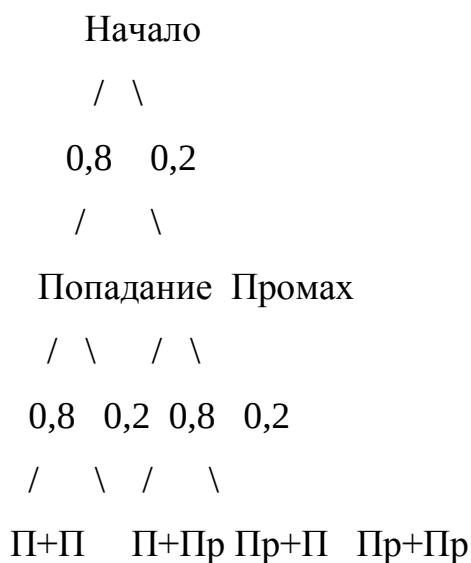
Практические задания

Задание 1. Дерево опыта для серии пенальти

Условие: Футболист выполняет два пенальти. Вероятность попадания при каждом ударе равна 0,8. Постройте дерево опыта и найдите вероятность:

- а) двух попаданий
- б) хотя бы одного попадания

Решение:



Шаг 1. Вероятности конечных исходов:

- П+П: $0,8 \times 0,8 = 0,64$
- П+Пр: $0,8 \times 0,2 = 0,16$
- Пр+П: $0,2 \times 0,8 = 0,16$
- Пр+Пр: $0,2 \times 0,2 = 0,04$

Шаг 2. Ответы:

- а) $P(\text{двух попаданий}) = 0,64$
- б) $P(\text{хотя бы одного попадания}) = 1 - 0,04 = 0,96$

Ответ: а) 0,64; б) 0,96

Задание 2. Условная вероятность в баскетболе

Условие: Вероятность того, что баскетболист попадет в кольцо с игры, равна 0,6. Если он попадает с первого броска, то вероятность попасть со второго повышается до 0,8. Найдите вероятность двух попаданий подряд

Решение:

Шаг 1. Событие А - попадание с первого броска: $P(A) = 0,6$

Шаг 2. Событие $B|A$ - попадание со второго броска при условии первого попадания: $P(B|A) = 0,8$

Шаг 3. Вероятность двух попаданий:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$$

Ответ: Вероятность двух попаданий подряд составляет 0,48

Задание 3. Проверка независимости событий

Условие: В волейбольном матче вероятность выигрыша первой партии равна 0,6, второй партии - 0,7. Вероятность выигрыша обеих партий равна 0,42. Являются ли события независимыми?

Решение:

Шаг 1. Событие А - выигрыш первой партии: $P(A) = 0,6$

Шаг 2. Событие В - выигрыш второй партии: $P(B) = 0,7$

Шаг 3. Проверяем независимость:

$$P(A) \times P(B) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$$

$$P(A \cap B) = 0,42$$

Так как $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, события независимы

Ответ: События независимы

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Теннисист выполняет две подачи. Вероятность успешной первой подачи 0,7, второй - 0,8. Постройте дерево опыта и найдите вероятность:

а) двух успешных подач

б) хотя бы одной успешной подачи

Задание 2. Вероятность попадания в мишень первым стрелком 0,9. Если он попадает, то вероятность попадания вторым стрелком 0,8; если не попадает - 0,6. Найдите вероятность двух попаданий

Задание 3. Профессиональная задача: Вероятность выигрыша первой игры 0,6, второй - 0,5. Вероятность выигрыша обеих игр 0,3. Проверьте независимость событий

Вариант 2

Задание 1. Баскетболист выполняет два штрафных броска. Вероятность попадания 0,75 для каждого. Постройте дерево опыта и найдите вероятность:

- а) двух попаданий
- б) ровно одного попадания

Задание 2. Вероятность забития гола в первом тайме 0,4. Если гол забит, вероятность победы 0,8; если не забит - 0,3. Найдите вероятность победы

Задание 3. Профессиональная задача: Вероятность выполнения норматива по бегу 0,7, по плаванию - 0,6. Вероятность выполнения обоих нормативов 0,42. Проверьте независимость событий

Вариант 3

Задание 1. Стрелок делает два выстрела. Вероятность попадания 0,9 для каждого. Постройте дерево опыта и найдите вероятность:

- а) двух попаданий
- б) хотя бы одного промаха

Задание 2. Вероятность выигрыша в первой партии 0,6. При выигрыше вероятность победы в матче 0,8; при проигрыше - 0,3. Найдите вероятность победы в матче

Задание 3. Профессиональная задача: Вероятность успеха в квалификации 0,8, в финале - 0,7. Вероятность успеха в обоих этапах 0,56. Проверьте независимость событий

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (дерево опыта) - 4 балла:

- 4 балла: дерево построено правильно, все вероятности вычислены верно
- 3 балла: дерево построено с небольшими ошибками, вычисления в основном верные
- 2 балла: допущены существенные ошибки в построении дерева
- 1 балл: выполнена только часть задания
- 0 баллов: задание не выполнено

Задание 2 (условная вероятность) - 3 балла:

- 3 балла: задача решена полностью, все вычисления верные
- 2 балла: ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки
- 1 балл: выбран верный метод, но решение не завершено
- 0 баллов: решение неверное

Задание 3 (независимость событий) - 3 балла:

- 3 балла: проверка выполнена правильно, дан верный вывод
- 2 балла: проверка выполнена с ошибками, но вывод в целом верный
- 1 балл: выполнена только часть проверки
- 0 баллов: проверка не выполнена

Шкала оценивания:

- «5» (отлично): 9-10 баллов
- «4» (хорошо): 7-8 баллов
- «3» (удовлетворительно): 5-6 баллов
- «2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм построения дерева случайного опыта:

- 1 Определить последовательность событий
- 2 Нарисовать начальный узел
- 3 Для каждого события добавить ветви с вероятностями
- 4 Вычислить вероятности конечных исходов
- 5 Проверить сумму вероятностей (должна равняться 1)

Работа с условными вероятностями:

- 1 Внимательно определить условие
- 2 Использовать формулу $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$
- 3 Для последовательных событий перемножать вероятности по ветвям дерева
- 4 Проверять логику условий

Проверка независимости событий:

- 1 Вычислить $P(A) \times P(B)$
- 2 Сравнить с $P(A \cap B)$
- 3 Если равны - события независимы
- 4 Если не равны - события зависимы

Профессиональные приложения:

Анализ серий спортивных результатов
Прогнозирование исходов матчей
Оценка эффективности спортсменов в сериях
Планирование стратегии в турнирах

Типичные ошибки:

Неправильное определение условных вероятностей
Ошибки в построении дерева опыта
Путаница с независимостью событий
Арифметические ошибки при вычислениях

Проверка решения:

Сумма вероятностей на каждом уровне дерева должна быть
Вероятности должны быть от 0 до 1
Условные вероятности должны быть логически обоснованы
Ответ должен иметь смысл в контексте задачи

Практическое занятие №27

Тема: Использование правила умножения для перечисления событий в случайном опыте. Использование формулы и треугольника Паскаля для определения числа сочетаний (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения применять правило умножения для подсчета числа исходов и использовать формулу сочетаний и треугольник Паскаля для решения комбинаторных задач в профессиональной деятельности

Задачи:

- Освоить правило умножения для перечисления событий
- Научиться вычислять число сочетаний по формуле
- Научиться использовать треугольник Паскаля
- Применять комбинаторные методы для решения профессиональных задач

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Правило умножения

Если первый объект можно выбрать n_1 способами, второй - n_2 способами, то пару объектов можно выбрать $n_1 \times n_2$ способами

2. Число сочетаний

Сочетания - выборки, в которых порядок не важен

Формула числа сочетаний из n по k :

$$C_n^k = n! / (k! \times (n-k)!)$$

3. Треугольник Паскаля

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Каждое число равно сумме двух чисел над ним

Строка n содержит числа $C_n^0, C_n^1, \dots, C_n^n$

Практические задания

Задание 1. Составление спортивных команд

Условие: В спортивной секции 10 человек. Сколькими способами можно выбрать команду из 4 человек для участия в эстафете?

Решение:

Шаг 1. Используем формулу сочетаний:

$$C_{10}^4 = 10! / (4! \times 6!)$$

Шаг 2. Вычисляем:

$$C_{10}^4 = (10 \times 9 \times 8 \times 7) / (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 5040 / 24 = 210$$

Ответ: Команду можно выбрать 210 способами

Задание 2. Планирование тренировочного процесса

Условие: Тренер составляет план тренировок на неделю. Он может выбрать 3 дня для силовых тренировок из 6 рабочих дней. Сколько различных планов он может составить?

Решение:

Шаг 1. Используем треугольник Паскаля для $n = 6$:

Строка: 1 6 15 20 15 6 1

Шаг 2. Находим $C_6^3 = 20$ (четвертое число в строке)

Ответ: Тренер может составить 20 различных планов тренировок

Задание 3. Профессиональная задача - распределение спортсменов

Условие: В группе 8 спортсменов. Необходимо распределить их на две подгруппы по 4 человека для работы на разных тренажерах. Сколькими способами это можно сделать?

Решение:

Шаг 1. Выбираем первую подгруппу:

$$C_8^4 = 8! / (4! \times 4!) = (8 \times 7 \times 6 \times 5) / (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 1680 / 24 = 70$$

Шаг 2. Вторая подгруппа определяется автоматически

Ответ: Распределение можно выполнить 70 способами

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. В команде 12 волейболистов. Сколькими способами можно выбрать 6 игроков для стартового состава?

Задание 2. Используя треугольник Паскаля, найдите C_7^3

Задание 3. Профессиональная задача: Из 15 спортсменов нужно отобрать 5 для участия в соревнованиях. Сколько существует способов отбора?

Вариант 2

Задание 1. В группе 9 гимнасток. Сколькими способами можно выбрать 4 для выступления в командных соревнованиях?

Задание 2. Используя треугольник Паскаля, найдите C_8^2

Задание 3. Профессиональная задача: Тренер имеет 10 упражнений для тренировки. Он хочет выбрать 6 из них для занятия. Сколько различных комплексов упражнений он может составить?

Вариант 3

Задание 1. В секции 11 пловцов. Сколькими способами можно выбрать 5 для эстафеты?

Задание 2. Используя треугольник Паскаля, найдите C_9^4

Задание 3. Профессиональная задача: Из 14 бегунов нужно отобрать 8 для участия в забеге. Сколько существует способов формирования группы?

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (правило умножения/сочетания) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью, вычисления верные

2 балла: ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки

1 балл: выбран верный метод, но решение не завершено

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (треугольник Паскаля) - 4 балла:

4 балла: треугольник построен правильно, ответ верный

3 балла: треугольник построен с небольшими ошибками, ответ верный

2 балла: допущены существенные ошибки в построении

1 балл: выполнена только часть задания

0 баллов: задание не выполнено

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм применения правила умножения:

1 Определить количество этапов выбора

2 Найти число способов для каждого этапа

3 Перемножить полученные числа

4 Проверить логику решения

Использование формулы сочетаний:

1 Определить n (общее число элементов)

2 Определить k (число выбираемых элементов)

3 Применить формулу $C_n^k = n! / (k!(n-k)!)$

4 Упростить вычисления, сокращая факториалы

Построение треугольника Паскаля:

1 Начать с вершины (1)

2 Каждая следующая строка начинается и заканчивается 1

3 Каждое число равно сумме двух чисел над ним

4 Нумерация строк начинается с 0

Профессиональные приложения:

Формирование спортивных команд

Составление тренировочных программ

Планирование расписания соревнований

Распределение спортсменов по группам

Типичные ошибки:

Путаница сочетаний и размещений

Неправильное построение треугольника Паскаля

Ошибки в вычислении факториалов

Неучет условия задачи при выборе метода

Проверка решения:

Число сочетаний должно быть целым положительным

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

Сумма чисел в строке треугольника Паскаля равна 2^n

Ответ должен иметь смысл в контексте задачи

Полезные советы:

Внимательно читайте условие - важен ли порядок выбора

Для больших n используйте свойства сочетаний

Проверяйте вычисления на калькуляторе

Сравнивайте ответ с ожидаемым результатом

Практическое занятие №28

Тема: Решение задач на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли. Изучение с использованием

электронных таблиц вероятности событий в сериях независимых испытаний (профессионально ориентированное содержание)

Цель работы: Сформировать умения вычислять вероятности в схемах испытаний до первого успеха и Бернулли, использовать электронные таблицы для анализа вероятностных моделей в профессиональной деятельности

Задачи:

- Освоить вычисление вероятностей в схеме испытаний до первого успеха
- Научиться применять формулу Бернулли
- Научиться использовать электронные таблицы для вероятностных расчетов
- Применять вероятностные модели для анализа спортивных ситуаций

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Испытания до первого успеха

Вероятность того, что первый успех произойдет в k -м испытании:

$P(k) = (1-p)^{(k-1)} \times p$ где p - вероятность успеха в одном испытании

2. Схема Бернулли

Вероятность k успехов в n испытаниях:

$P_n(k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{(n-k)}$

где C_n^k - число сочетаний

3. Электронные таблицы

Функции для расчетов:

- `=BINOM.DIST(k; n; p; 0)` - вероятность ровно k успехов

- =BINOM.DIST(k; n; p; 1) - вероятность не более k успехов

Практические задания

Задание 1. Вероятность первого попадания в баскетболе

Условие: Баскетболист попадает в кольцо с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что он попадет впервые при третьем броске?

Решение:

Шаг 1. Используем формулу испытаний до первого успеха:

$$P(3) = (1-0,7)^{(3-1)} \times 0,7$$

Шаг 2. Вычисляем:

$$P(3) = (0,3)^2 \times 0,7 = 0,09 \times 0,7 = 0,063$$

Ответ: Вероятность первого попадания при третьем броске составляет 0,063

Задание 2. Серия бросков в волейболе

Условие: Волейболист выполняет 5 подач. Вероятность успешной подачи 0,8. Найдите вероятность того, что он выполнит ровно 3 успешные подачи.

Решение:

Шаг 1. Используем формулу Бернулли:

$$P_5(3) = C_5^3 \times (0,8)^3 \times (0,2)^2$$

Шаг 2. Вычисляем:

$$C_5^3 = 10 \quad P_5(3) = 10 \times 0,512 \times 0,04 = 10 \times 0,02048 = 0,2048$$

Ответ: Вероятность ровно 3 успешных подач составляет 0,2048

Задание 3. Анализ в электронных таблицах

Условие: Используя электронные таблицы, постройте таблицу распределения вероятностей числа попаданий при 10 бросках, если вероятность попадания 0,6.

Решение в Excel:

Число попаданий | Вероятность

0 =BINOM.DIST(0;10;0,6;0)

1 =BINOM.DIST(1;10;0,6;0)

2 =BINOM.DIST(2;10;0,6;0)

...

10 =BINOM.DIST(10;10;0,6;0)

Результат:

Получаем таблицу распределения вероятностей для $k = 0, 1, 2, \dots, 10$

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,9. Какова вероятность того, что он попадет впервые при втором выстреле?

Задание 2. Футболист выполняет 6 пенальти. Вероятность попадания 0,75. Найдите вероятность ровно 4 попаданий

Задание 3. Профессиональная задача: Используя электронные таблицы, постройте таблицу вероятностей для 8 бросков с вероятностью успеха 0,7

Вариант 2

Задание 1. Теннисист выигрывает подачу с вероятностью 0,6. Какова вероятность того, что он выиграет подачу впервые при третьей попытке?

Задание 2. Баскетболист выполняет 7 штрафных бросков. Вероятность попадания 0,8. Найдите вероятность ровно 5 попаданий

Задание 3. Профессиональная задача: Используя электронные таблицы, постройте таблицу вероятностей для 6 подач с вероятностью успеха 0,65

Вариант 3

Задание 1. Гимнаст успешно выполняет элемент с вероятностью 0,85. Какова вероятность того, что он выполнит элемент впервые при четвертой попытке?

Задание 2. Волейболист выполняет 8 подач. Вероятность успеха 0,9. Найдите вероятность ровно 6 успешных подач

Задание 3. Профессиональная задача: Используя электронные таблицы, постройте таблицу вероятностей для 9 бросков с вероятностью успеха 0,55

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (испытания до первого успеха) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью, вычисления верные

2 балла: ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки

1 балл: выбран верный метод, но решение не завершено
0 баллов: решение неверное

Задание 2 (схема Бернулли) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, все вычисления верные
3 балла: решение верное, но есть незначительные ошибки
2 балла: допущены ошибки в применении формулы
1 балл: решена только часть задачи
0 баллов: решение неверное

Задание 3 (электронные таблицы) - 3 балла:

3 балла: таблица построена правильно, все расчеты верные
2 балла: таблица построена с небольшими ошибками
1 балл: выполнена только часть задания
0 баллов: задание не выполнено

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов
«4» (хорошо): 7-8 баллов
«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов
«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм решения задач до первого успеха:

- 1 Определить вероятность успеха p
- 2 Определить номер испытания k
- 3 Применить формулу $P(k) = (1-p)^{(k-1)} \times p$
- 4 Проверить результат

Применение формулы Бернулли:

- 1 Определить n (число испытаний)
- 2 Определить k (число успехов)
- 3 Определить p (вероятность успеха)
- 4 Вычислить C_n^k
- 5 Применить формулу $P_n(k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{(n-k)}$

Работа в электронных таблицах:

- 1 Создать столбец с значениями k
- 2 Использовать функцию BINOM.DIST
- 3 Проверить сумму вероятностей (должна быть ≈ 1)
- 4 Построить график распределения

Профессиональные приложения:

Анализ серий спортивных результатов
Прогнозирование числа успешных попыток
Оценка стабильности спортсмена
Планирование тренировочного процесса

Типичные ошибки:

Путаница формул для разных схем
Неправильное вычисление сочетаний
Ошибки в работе со степенями
Неверное использование функций в таблицах

Проверка решения:

Вероятности должны быть от 0 до 1
Сумма вероятностей для всех k должна быть ≈ 1
При увеличении k вероятность должна изменяться логично
Результаты в таблицах должны соответствовать ручным расчетам

Полезные советы:

Внимательно определяйте схему испытаний
Для больших n используйте электронные таблицы
Проверяйте промежуточные вычисления
Сравнивайте результаты с интуитивными ожиданиями

Практическое занятие №29

Тема: Сумма и произведение случайных величин

Цель работы: Сформировать умения работать со случайными величинами, вычислять их числовые характеристики и применять эти знания для анализа спортивных результатов

Задачи:

- Освоить понятия дискретных и непрерывных случайных величин
- Научиться вычислять математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
- Научиться находить характеристики суммы и произведения случайных величин
- Применять полученные знания для анализа спортивной статистики

Формируемые компетенции:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности

ОК 02. Осуществлять поиск и использование информации

ОК 03. Работать в коллективе и команде

ПК 1.1. Определять цели и задачи занятий

Теоретическая часть

1. Основные понятия

Случайная величина - величина, которая принимает различные значения в результате случайного эксперимента

Дискретная случайная величина - принимает отдельные изолированные значения

Непрерывная случайная величина - принимает любые значения из некоторого промежутка

2. Числовые характеристики

Математическое ожидание (среднее значение):

$$M[X] = \sum x_i \cdot p_i$$

Дисперсия (мера разброса):

$$D[X] = M[(X - M[X])^2] = M[X^2] - (M[X])^2$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma[X] = \sqrt{D[X]}$$

4. Свойства математического ожидания и дисперсии

$$M[X + Y] = M[X] + M[Y]$$

$$M[aX + b] = a \cdot M[X] + b$$

$$D[X + Y] = D[X] + D[Y] \text{ (для независимых величин)}$$

$$D[aX + b] = a^2 \cdot D[X]$$

Практические задания

Задание 1. Анализ результатов бросков баскетболиста

Условие: Баскетболист выполняет серию бросков. Вероятность попадания 0,7. За попадание он получает 2 очка, за промах - 0 очков. Найдите математическое ожидание и дисперсию количества очков за один бросок.

Решение:

Шаг 1. Закон распределения:

X: 0 2

P: 0,3 0,7

Шаг 2. Математическое ожидание:

$$M[X] = 0 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,7 = 1,4$$

Шаг 3. Дисперсия:

$$M[X^2] = 0^2 \cdot 0,3 + 2^2 \cdot 0,7 = 0 + 4 \cdot 0,7 = 2,8$$

$$D[X] = M[X^2] - (M[X])^2 = 2,8 - (1,4)^2 = 2,8 - 1,96 = 0,84$$

Ответ: $M[X] = 1,4$ очка; $D[X] = 0,84$

Задание 2. Сумма результатов двух спортсменов

Условие: Два стрелка независимо стреляют по мишени. Математическое ожидание очков первого стрелка 8, второго - 9. Дисперсии соответственно 2 и 3. Найдите математическое ожидание и дисперсию суммы их очков.

Решение:

Шаг 1. Математическое ожидание суммы:

$$M[X + Y] = M[X] + M[Y] = 8 + 9 = 17$$

Шаг 2. Дисперсия суммы (величины независимы):

$$D[X + Y] = D[X] + D[Y] = 2 + 3 = 5$$

Ответ: $M[X + Y] = 17$ очков; $D[X + Y] = 5$

Задание 3. Профессиональная задача - анализ командных результатов

Условие: В команде 5 спортсменов. Математическое ожидание результата каждого 80 очков, дисперсия 16. Найдите математическое ожидание и дисперсию среднего результата команды.

Решение:

Шаг 1. Математическое ожидание среднего:

$$M[\bar{Y}] = M[(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)/5] = (5 \cdot 80)/5 = 80$$

Шаг 2. Дисперсия среднего (величины независимы):

$$D[\bar{Y}] = D[(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)/5] = (5 \cdot 16)/25 = 80/25 = 3,2$$

Ответ: $M[\bar{Y}] = 80$ очков; $D[\bar{Y}] = 3,2$

Самостоятельная работа для студентов

Вариант 1

Задание 1. Случайная величина X - число попаданий при 3 бросках ($p=0,6$). Найдите $M[X]$ и $D[X]$

Задание 2. $M[X]=5$, $D[X]=4$, $M[Y]=3$, $D[Y]=9$. Величины независимы. Найдите

$$M[2X + 3Y] \text{ и } D[2X + 3Y]$$

Задание 3. Профессиональная задача: Два гимнаста имеют $M[X]=85$, $D[X]=16$ и $M[Y]=88$, $D[Y]=25$. Найдите $M[X+Y]$ и $D[X+Y]$

Вариант 2

Задание 1. Случайная величина X - число выигранных партий из 4 ($p=0,7$). Найдите $M[X]$ и $D[X]$

Задание 2. $M[X]=10$, $D[X]=9$, $M[Y]=8$, $D[Y]=4$. Величины независимы. Найдите $M[3X - 2Y]$ и $D[3X - 2Y]$

Задание 3. Профессиональная задача: Три пловца имеют $M=50$ сек, $D=4$

сек² каждый. Найдите M и D среднего времени

Вариант 3

Задание 1. Случайная величина X - число успешных подач из 5 ($p=0,8$).

Найдите $M[X]$ и $D[X]$

Задание 2. $M[X]=6$, $D[X]=25$, $M[Y]=4$, $D[Y]=16$. Величины независимы.

Найдите $M[4X + Y]$ и $D[4X + Y]$

Задание 3. Профессиональная задача: Два бегуна имеют $M[X]=30$ сек, $D[X]=9$ и $M[Y]=32$ сек, $D[Y]=16$. Найдите M и D разности их результатов

Критерии оценки самостоятельной работы

Задание 1 (характеристики случайной величины) - 3 балла:

3 балла: все вычисления верные, характеристики найдены правильно

2 балла: ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки

1 балл: найдены не все характеристики

0 баллов: решение неверное

Задание 2 (линейные преобразования) - 4 балла:

4 балла: задача решена полностью, все преобразования выполнены верно

3 балла: решение верное, но есть незначительные ошибки

2 балла: допущены ошибки в применении свойств

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Задание 3 (профессиональная задача) - 3 балла:

3 балла: задача решена полностью с профессиональной интерпретацией

2 балла: решение верное, но отсутствует профессиональная связь

1 балл: решена только часть задачи

0 баллов: решение неверное

Шкала оценивания:

«5» (отлично): 9-10 баллов

«4» (хорошо): 7-8 баллов

«3» (удовлетворительно): 5-6 баллов

«2» (неудовлетворительно): 0-4 балла

Рекомендации для студентов

Алгоритм вычисления характеристик дискретной величины:

1 Составить закон распределения

2 Вычислить $M[X] = \sum x_i p_i$

3 Вычислить $M[X^2] = \sum x_i^2 p_i$

4 Найти $D[X] = M[X^2] - (M[X])^2$

5 Найти $\sigma[X] = \sqrt{D[X]}$

Работа с линейными преобразованиями:

Для $M[aX + bY] = a \cdot M[X] + b \cdot M[Y]$

Для $D[aX + bY] = a^2 \cdot D[X] + b^2 \cdot D[Y]$ (при независимости)

Внимательно следите за знаками коэффициентов

Профессиональные приложения:

Анализ спортивных результатов

Сравнение эффективности спортсменов

Прогнозирование командных показателей

Оценка стабильности выступлений

Типичные ошибки:

Путаница формул для M и D

Неучет независимости величин при вычислении D

Ошибки в арифметических вычислениях

Неправильное применение свойств

Проверка решения:

Дисперсия не может быть отрицательной

Среднее квадратическое отклонение ≥ 0

При сложении независимых величин дисперсия увеличивается

Результаты должны иметь смысл в контексте задачи

Полезные советы:

Внимательно проверяйте условие на независимость величин

Используйте таблицы для систематизации расчетов

Проверяйте промежуточные вычисления

Сравнивайте результаты с интуитивными ожиданиями

